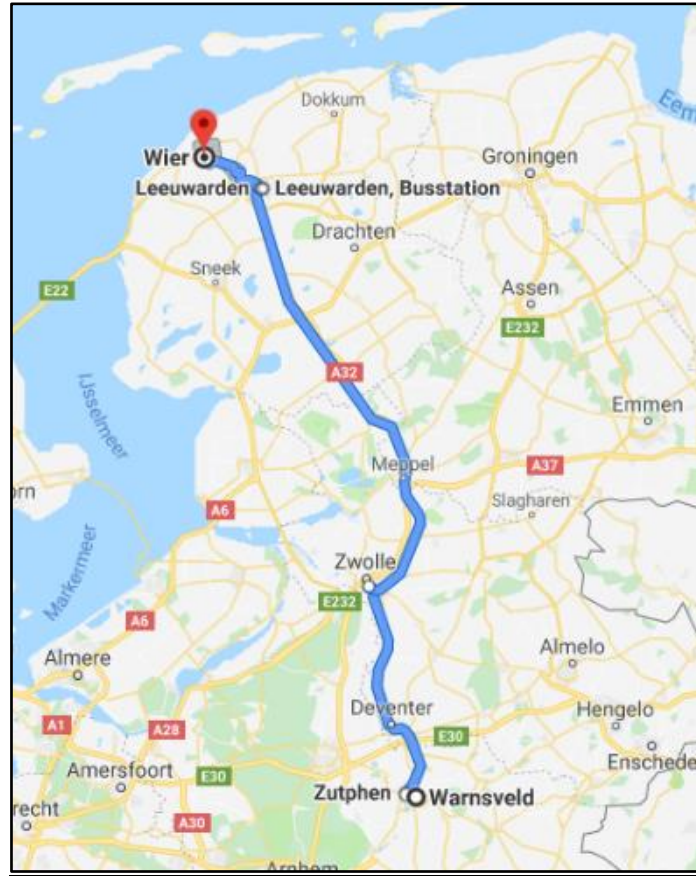


The middle of somewhere



**Aufgabe der Vorrunde
der 31. Mathematik Olympiade
22. November 2019**

macht mathe
internationale Mathematikwettbewerbe

Impressum

Die Mathematik-Alympiade wird vom Freudenthal Institut, Universität Utrecht, ausgerichtet. Die Kommission der Olympiade ist für die Organisation des Wettbewerbs und die Erstellung der Aufgaben verantwortlich.

Die **Mitglieder der Kommission** sind:

Dr. Ana Alboteanu-Schirner

Gymnasium Schwertstraße, Solingen

Marcel Daems

Gymnasium Sorghvliet, Den Haag

Tom Goris

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan

Freudenthal Instituut, Utrecht & NHL Hogeschool, Leeuwarden

Senta Haas

Städtisches Gymnasium Hennef, Deutschland

Kim Kaspers

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert

Bezirksregierung Köln, Deutschland

Ruud Stolwijk

CITO, Arnhem & Vrijeschool Zutphen VO

Monica Wijers

Freudenthal Instituut, Utrecht

Sekretariat:

Mariozee Wintermans

Freudenthal Instituut, Utrecht

Die Olympiade wird **unterstützt** durch:

- Das Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen
- Den Landesverband Mathematikwettbewerbe in Nordrhein-Westfalen
- Die Universitäten zu Bonn und zu Münster

Hinweise für die Teams zu den Aufgaben der Vorrunde 2019/2020

Liebe Schülerinnen und Schüler,

ihr beteiligt euch heute an einem anspruchsvollen und spannenden Wettbewerb, der konzentriertes, gut strukturiertes und teamorientiertes Arbeiten von euch verlangt. Diese Aufgabe der Mathematik-Alympiade besteht aus vier Aufgaben mit insgesamt zwölf Fragestellungen. Die ersten drei Aufgaben bilden die Vorarbeit für die Abschlussaufgabe: Alle hierbei erzielten Ergebnisse und Einsichten sind erforderlich, um die Abschlussaufgabe erfolgreich bearbeiten zu können.

Die folgenden Hinweise solltet ihr unbedingt beachten:

- Lest zunächst den ganzen Aufgabentext gründlich durch, so dass ihr einen Überblick über die zu bearbeitenden Aufgaben bekommt.
- Für die Bearbeitung der Aufgaben habt ihr 7 Stunden Zeit. Plant unbedingt genügend Zeit (ca. 3 Stunden) für die Abschlussaufgabe ein. Auch das Ausformulieren und Aufschreiben der Lösungen kostet viel Zeit.
- Wenn ihr arbeitsteilig arbeitet, dann stellt einander eure Teilergebnisse zu den Voruntersuchungen vor, bevor ihr mit der Abschlussaufgabe beginnt.
- Gebt immer an, wenn ihr bestimmte Annahmen macht und begründet diese sinnvoll.
- Bei manchen Aufgaben kann es sinnvoll sein, zunächst konkrete Beispiele durchzurechnen, um die Aufgabe besser zu durchdringen.
- Wenn ihr während der Bearbeitung der Aufgaben bestimmte Methoden oder Vorgehensweisen aus vorherigen Aufgaben abändert, beschreibt dann in eurer Ausarbeitung diese Anpassungen und begründet diese auch.
- Bei der Bearbeitung der Aufgaben kann das Internet sowie ein Atlas (bzw. eine entsprechende Software) hilfreich sein.

Bestandteile eurer Ausarbeitung:

- die Ausarbeitung der Abschlussaufgabe
- die Ausarbeitungen zu den Aufgaben 1 bis 3, ggf. als Anlage

Die beurteilenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten eure Arbeit in digitaler Form als pdf-Dokument. Achtet bitte insbesondere darauf, die Arbeit als ein Gesamtdokument (bitte nicht in mehrere Dateien aufgeteilt) abzugeben. Um eine größtmögliche Objektivität bei der Korrektur zu gewährleisten, erwähnt bitte eure Namen und den Namen der Schule nicht in eurer Arbeit.

Wesentliche Beurteilungskriterien sind:

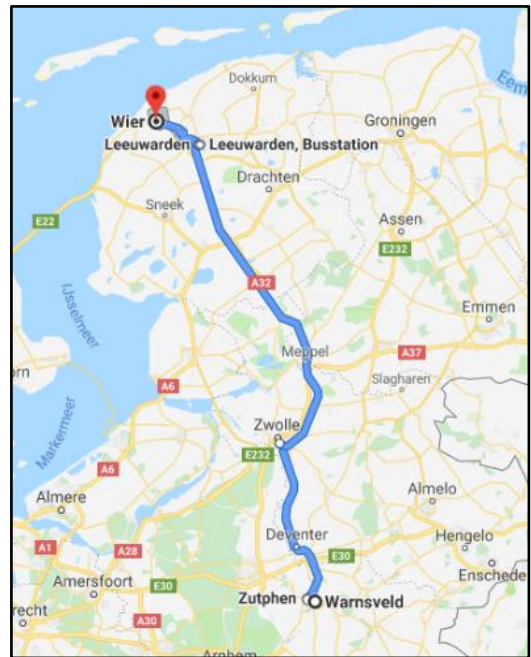
- Lesbarkeit und Verständlichkeit des Auftrages
- Vollständigkeit der Arbeit
- kreativer, sinnvoller, richtiger und geschickter Einsatz von Mathematik
- schlüssige Argumentationen und sinnvolle Begründungen von getroffenen Entscheidungen (Hierbei kann Realitätsbezug von Bedeutung sein.)
- Tiefgang der Arbeit: Wie gründlich wurden die einzelnen Punkte ausgearbeitet?
- Gestaltung der Arbeit: Form, Struktur, Sprache, Gebrauch und Funktion der Anlagen, Einsatz von Diagrammen, Tabellen, Zeichnungen, usw.

Viel Spaß und Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgabe!

Einleitung

Ruud wohnt in Warnsveld und möchte sich mit Dédé treffen, die im friesischen Dorf Wier ganz im Norden der Niederlande wohnt. Ein sinnvoller Ort für dieses Treffen ist dann sicherlich eine Stelle zwischen den beiden Wohnorten. Wo aber liegt der optimale Treffpunkt?

Um den optimalen Treffpunkt festzulegen, muss man sich zunächst auf Bewertungskriterien einigen. Beispielsweise kann man einen Atlas zur Hand nehmen, um zunächst die genaue Lage der Orte Warnsveld und Wier zu ermitteln. Heutzutage gibt es aber natürlich auch Apps wie z.B. Google Maps, OpenStreetView oder Maps.me. Man kann dann z.B. einen Ort suchen, der für beide möglichst nahe liegt und gut erreichbar ist, und gleichzeitig von beiden Startpunkten gleich weit entfernt ist.



Kennt man mögliche Verbindungen, Abstände und Reisezeiten, so können sich zwei Personen recht einfach auf einen optimalen Treffpunkt einigen.

Wenn aber mehr als zwei Personen aus verschiedenen Wohnorten ins Spiel kommen, wird es komplizierter – ganz zu schweigen von Menschen aus verschiedenen Ländern oder gar Kontinenten.

Solche und ähnliche Fragestellungen sind Thema der diesjährigen Olympiade-Schulrunde.

Aufgabe 1

Tom wohnt in Middelburg, Monica in Heerenveen und Kim in Maastricht (s. Karte rechts; eine vergrößerte Version der Karte findet ihr im Anhang).

1. Wenn man die Karte betrachtet, kann man vermuten, dass ein Treffpunkt in Utrecht eine geeignete Wahl wäre. Wenn man jedoch die Fahrtzeiten der Züge heraussucht (z.B. indem man die Fahrplanauskunft auf www.ns.nl verwendet), so betragen diese bei einem Treffen am Vormittag eines Wochentages 2:28 Stunden, 1:39 Stunden und 1:55 Stunden. Man sieht direkt, dass die Verteilung der Fahrtzeiten nicht ausgeglichen ist.

Es stellt sich die Frage, was genau ein „optimaler Treffpunkt“ wäre: Sollen die Fahrtzeiten der einzelnen Teilnehmer gleichverteilt sein oder soll die Summe aller Fahrtzeiten möglichst klein sein? Oder ist es vielleicht noch sinnvoller, wenn nicht alle Teilnehmer fahren müssen?

Nennt Argumente für diese drei Kriterien und ergänzt diese eventuell durch weitere Möglichkeiten.

2. Ermittelt einen optimalen Treffpunkt für Tom, Monica und Kim, wenn
 - a) die Summe der Fahrtzeiten möglichst gering sein soll.
 - b) jeder möglichst gleich lange unterwegs sein soll.Beschreibt dabei genau, wie ihr vorgegangen seid.
3. Vielleicht nimmt Johan auch an diesem Treffen teil. Begründet, ob in diesem Fall die Wahl des besten Treffpunkts davon abhängt, ob Johan aus Schagen oder aus Arnhem kommt. Erläutert dabei, welches Bewertungskriterium ihr für den Treffpunkt gewählt habt und begründet eure Wahl.
4. Erarbeitet eine allgemeine Vorgehensweise, um einen optimalen Treffpunkt für drei Personen aus den Niederlanden zu vereinbaren, wenn alle Teilnehmer mit dem Zug reisen. Benennt eure Bewertungskriterien und beschreibt ein systematisches Vorgehen, mit dem man auf möglichst effiziente Weise den optimalen Treffpunkt findet. Begründet genau, warum das Verfahren zum optimalen Treffpunkt führt und testet euer Verfahren für einige Fälle, die stark voneinander abweichen.



Aufgabe 2

Tom, Monica und Kim könnten sich auch bei einem der dreien zu Hause treffen.

5. Entscheidet euch für einen der drei Orte als Treffpunkt. Gebt dabei an, welche Aspekte ihr bei der Entscheidung berücksichtigt habt.
6. Erarbeitet eine allgemeine Vorgehensweise, um einen optimalen Treffpunkt für drei Personen aus den Niederlanden zu vereinbaren, wenn alle Teilnehmer mit dem Zug reisen. Der Treffpunkt muss dabei einer der drei Wohnorte sein.
Wählt eine geeignete Methode aus, um euer Vorgehen zu beschreiben, und testet euer Verfahren für einige Fälle.

Aufgabe 3

Jetzt wird es international: Wir betrachten nun vier Personen aus Madrid, Warschau, Rom und Oslo. Zunächst einmal muss man sich Gedanken darüber machen, welches das ideale Transportmittel zwischen diesen vier Städten ist und welche Faktoren hierbei berücksichtigt werden müssen.

7. Es stellt sich die folgende Frage: In welcher der vier Städte sollte das Treffen idealerweise stattfinden? Begründet eure Antwort.
8. Ändert sich eure Antwort, wenn der Treffpunkt auch in einer anderen Stadt als in einer der vier genannten liegen kann? Erläutert auch hier eure Überlegungen und beschreibt ein systematisches Vorgehen zur Ermittlung des optimalen Treffpunkts. Begründet genau, weshalb ihr mit eurem Vorgehen den optimalen Treffpunkt findet.
9. Beschreibt, wie sich eure Lösung ändert, wenn noch eine Person aus Rio de Janeiro dazukommt.

Abschlussaufgabe

Beim Finale der Alympiade treffen sich Teams aus mehreren Ländern der Welt. Am letzten Finale (im März 2019) nahmen sechs Teams aus den Niederlanden, zwei aus Dänemark, zwei aus Deutschland, zwei aus Japan und eins aus Aruba teil.

10. Bestimmt den idealen Ort für das Finale der Alympiade. Erläutert eine systematische Vorgehensweise und begründet, warum sie zum optimalen Treffpunkt führt

Leider konnten zwei weitere Teams aus dem Iran und ein Team aus Sint-Maarten nicht am Finale teilnehmen. Wenn sie doch teilgenommen hätten, wäre der "ideale Treffpunkt" ein anderer gewesen.

11. Passt eure Lösung aus Aufgabe 10 an die neue Situation an und begründet eure Änderungen.

In naher Zukunft ist geplant, dass auch Teams aus Kroatien am Finale teilnehmen sollen. Eventuell schließt sich auch noch Süd-Afrika an.

Aufgrund der Erfahrungen aus den letzten Jahren soll weiterhin davon ausgegangen werden, dass sechs Teams aus den Niederlanden, zwei aus Dänemark, zwei aus Deutschland, zwei aus Japan und eins aus Aruba am Finale teilnehmen. Hinzu kommen dann weitere Teams (wie z.B. Iran, Sint Maarten oder auch Kroatien, Süd-Afrika und eventuell noch andere Länder), so dass die Teilnehmerliste aus einer Anzahl festen Teilnehmer besteht, sowie weiteren, die sich von Jahr zu Jahr ändern können.

12. Erarbeitet eine systematische Vorgehensweise, wie man allgemein einen guten Treffpunkt für das Finale der Alympiade bestimmen kann. Begründet sehr stichhaltig, warum mit eurem Vorgehen der beste Treffpunkt gefunden wird. Wählt eine geeignete Darstellungsform aus, um euer Vorgehen möglichst gut zu verdeutlichen und erläutert eure Überlegungen.

Anhang

