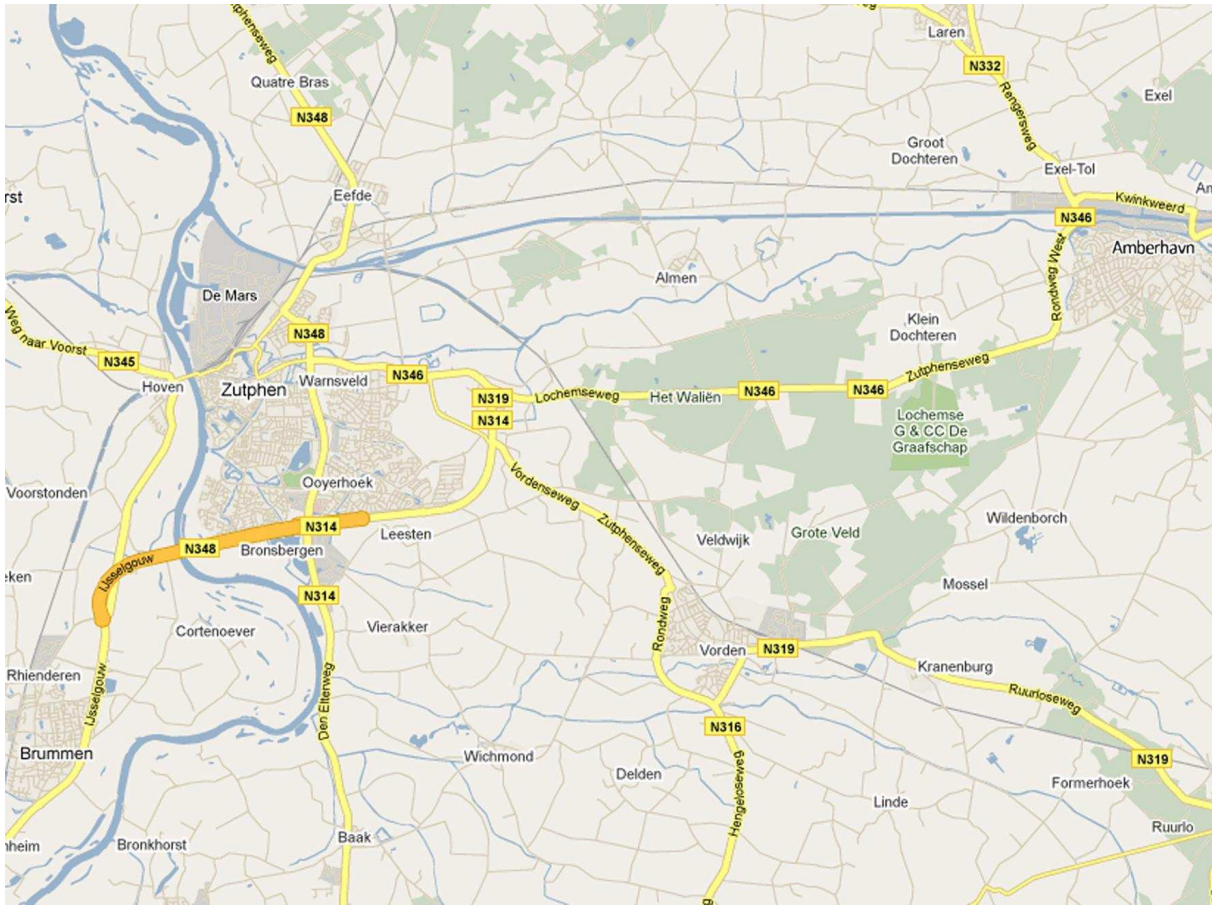


Fairer Wettkampf?



Aufgabe der Vorrunde für die 21-te Mathematik A-lympiade

20. November 2009

macht mathe
internationale Mathematikwettbewerbe



Die Mathematikwettbewerbe MACHT MATHE in NRW werden vom Ministerium für Schule und Weiterbildung in Zusammenarbeit mit dem Freudenthal-Institut Utrecht ausgerichtet mit freundlicher Unterstützung durch den Landesverband Mathematikwettbewerbe NRW und die Universität zu Köln.

Hinweise für die Teams

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Sie beteiligen sich heute an einem anspruchsvollen und spannenden Wettbewerb, der konzentriertes, gut strukturiertes und teamorientiertes Arbeiten von Ihnen verlangt.

Die folgenden Hinweise sollten Sie unbedingt beachten:

Die Aufgabe besteht aus drei Einstiegsaufgaben und zwei Abschlussaufgaben.

- Lesen Sie den Aufgabentext gründlich. Klären Sie, worin die eigentliche Aufgabe besteht, und verteilen Sie die Arbeit im Team sinnvoll.
- Für die Bearbeitung der Aufgabe haben Sie 7 Stunden Zeit. Planen Sie genügend Zeit für die Abschlussaufgaben ein. Auch das Aufschreiben der Lösung kostet viel Zeit.
- Bevor Sie mit der Arbeit am Abschlussauftrag beginnen, stellen Sie einander ihre Teilergebnisse zu den Voruntersuchungen vor.
- In den Abschlussaufgaben geht es ganz entscheidend darum, eine allgemeine Vorgehensweise für die Planung von fairen Spielplänen zu entwickeln.
- Die Antworten zu den Einstiegsaufgaben (1, 2 und 3) gehören nicht in die Ausarbeitung der Abschlussaufgaben (4 und 5). Diese Resultate werden als Anhang an die Arbeit angefügt. In den Abschlussaufgaben kann dann ggf. auf sie verwiesen werden.
- Sie dürfen für die Bearbeitung der Aufgabe Bücher und einen Computer benutzen.

Dies müssen Sie abgeben:

- Eine knappe und klare Beschreibung der Vorgehensweise zu Erstellung von fairen Spielplänen (Aufgabe 5) sowie eine klar formulierte Lösung zu Aufgabe 4, die auf Berechnungen und Argumentationen fußt.
- Als Anlage: Die Ergebnisse zu den Einstiegsaufgaben (Aufgaben 1, 2 und 3)

Die beurteilenden Lehrerinnen und Lehrer erhalten Kopien Ihrer Arbeit. Damit die Kopien gut lesbar sind, halten Sie Ihre Arbeit bitte durchweg im A4-Format, drucken Sie in schwarzweiß und benutzen Sie nur schwarz schreibende Stifte (keinen Bleistift!). Erstellen Sie im Zweifelsfall eine Probekopie.

Um eine größtmögliche Objektivität bei der Korrektur zu unterstützen, erwähnen Sie bitte den Namen Ihrer Schule in Ihrer Arbeit nicht.

Wesentliche Beurteilungskriterien sind:

- Lesbarkeit und Verständlichkeit des Abschlussauftrages
- Vollständigkeit der Arbeit
- sinnvoller, richtiger und geschickter Gebrauch von Mathematik
- schlüssige Argumentationen und sinnvolle Begründungen von getroffenen Entscheidungen (hierbei kann der Realitätsbezug von Bedeutung sein)
- Tiefgang der Arbeit: Wie gründlich wurden die einzelnen Punkte ausgearbeitet?
- Gestaltung der Arbeit: Form, Struktur, Sprache, Gebrauch und Funktion der Anlagen, Einsatz von Diagrammen, Tabellen, Zeichnungen usw.

Viel Spaß und Erfolg bei der Bearbeitung der Aufgabe!



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 2009-2010

Fairer Wettbewerb?

In Meisterschaften zwischen Sportvereinen aus verschiedenen Orten spielt häufig ein Verein einmal gegen jeden anderen. Daher hat jeder Verein eine gewisse Zahl von Auswärtsspielen und eine gewisse Zahl von Heimspielen. In dieser Aufgabe werden wir einige unterschiedliche Meisterschaften genauer untersuchen.

Einstiegsaufgaben - Teil 1

Wir betrachten den UEFA-Cup in der Saison 2004-2005. Es ist ein internationales Fußballturnier, das von der UEFA organisiert wird (Union of European Football Associations). Die teilnehmenden Vereine werden in Fünfergruppen eingeteilt und spielen untereinander in diesen Gruppen einen halben Wettkampf. In einem halben Wettkampf spielen die Mannschaften jeweils genau einmal gegeneinander. Bei diesen Spielen spielt jede Mannschaft zweimal auswärts und zweimal im Heimstadion. Wir betrachten die Meisterschaft der Saison 2004-2005 zwischen den folgenden Vereinen:

- FC Parma aus Parma, Italien
- Besiktas aus Istanbul, Türkei
- Athletic Bilbao aus Bilbao, Spanien
- Steaua Bukarest aus Bukarest, Rumänien
- Standard Luik aus Luik, Belgien

Der Spielplan sah folgendermaßen aus:

1. Runde (21. Oktober 2004)

Steaua Bukarest - Standard Luik
Athletic Bilbao - FC Parma

4. Runde (1. Dezember 2004)

Besiktas - Standard Luik
Athletic Bilbao - Steaua Bukarest

2. Runde (4. November 2004)

FC Parma - Steaua Bukarest
Besiktas - Athletic Bilbao

5. Runde (16. Dezember 2004)

FC Parma - Besiktas
Standard Luik - Athletic Bilbao

3. Runde (25. November 2004)

Steaua Bukarest - Besiktas
Standard Luik - FC Parma

Das Spiel findet immer im Heimstadion des erstgenannten Vereins statt. Besiktas spielte also in der vierten Runde im Heimatstadion gegen Standard Luik.

Die Entfernungen in km sind in der folgenden Tabelle wiedergegeben:

	Luik	Bukarest	Bilbao	Parma	Istanbul
Luik		1700	1100	800	2100
Bukarest	1700		2300	1300	500
Bilbao	1100	2300		1100	2600
Parma	800	1300	1100		1600
Istanbul	2100	500	2600	1600	

Aufgabe 1

Ermittelt für jeden Verein der Gruppe die Gesamtsumme der Kilometer, welche die Mannschaft nach dem Spielplan dieser Gruppe reisen musste.

Nach dem gegebenen Spielplan musste nicht jede Mannschaft gleich weit reisen. Der Fall, dass zufällig alle Mannschaften gleich weit reisen müssen, ist höchst unwahrscheinlich. Allerdings kann man den Wettkampf fairer gestalten, indem man dafür sorgt, dass alle Mannschaften ähnlich weite Gesamtstrecken zurücklegen müssen.

Aufgabe 2

Entwerft einen neuen Spielplan. Verwendet dabei „Anfahrtszeiten“, um den Wettbewerb fairer zu gestalten. Als einzige Vorgabe beachtet dabei, dass weiterhin jedes Team gegen jedes andere Team genau einmal spielt. Erläutert genau, welche Entscheidungen ihr trifft und begründet euer Vorgehen präzise.

Einstiegsaufgaben - Teil 2

In den Niederlanden organisiert der KNVB (Königlicher Niederländischer Fußballbund) landesweite Wettkämpfe für die Jugendmannschaften. In jedem dieser Wettkämpfe spielt eine gewisse Zahl von Mannschaften jeweils ein Spiel gegen jede der anderen Mannschaften. In diesem Abschnitt betrachten wir einen solchen Wettkampf, bei dem zwölf F-Mannschaften aus dem nördlichen Gelderland gegeneinander spielen:

Teamname	Herkunftsort	Anfangszeit
AZG F2	Zutphen	8:45
Be Quick Z, F2	Zutphen	10:30
Be Quick Z, F3	Zutphen	10:00
Brummen F5	Brummen	9:00
Eefde SP F1	Eefde	9:00
Eerbeekse Boys F5	Eerbeek	9:00
Epse F1	Epse	9:30
Harfsen F1	Harfsen	10:00
SBC '05 F1	Wichmond	9:30
Steenderen F2	Steenderen	11:00
Vorden F2	Vorden	9:00
Warnsveldse Boys F3	Warnsveld	8:30

In einem F-Team spielen Jungen und Mädchen im Alter von 7 oder 8 Jahren. Daher werden diese Kinder bei ihren Wettkämpfen von ihren Eltern begleitet. Die meisten fahren mit dem Auto, allerdings wird bei kleineren Entfernungen auch gern das Fahrrad benutzt.

Der folgende Spielplan liegt vor:

Tabelle 1: Spielplan

		Auswärtsspiel											
		AZC F2	Be Quick Z. F2	Be Quick Z. F3	Brummen F5	Eefde SP F1	Eerbeekse Boys F5	Epe F1	Harfsen F1	SBC '05 F1	Steenderen F2	Vorden F2	Warnsveldse Boys F3
Heimspiel	AZC F2	*	1	2	3	4	5	-	-	-	-	-	-
	Be Quick Z. F2	-	*	3	4	5	6	7	-	-	-	-	-
	Be Quick Z. F3	-	-	*	5	6	7	8	9	-	-	-	-
	Brummen F5	-	-	-	*	7	8	9	10	11	-	-	-
	Eefde SP F1	-	-	-	-	*	9	10	11	1	2	-	-
	Eerbeekse Boys F5	-	-	-	-	-	*	11	1	2	3	4	-
	Epe F1	6	-	-	-	-	-	*	2	3	4	5	1
	Harfsen F1	7	8	-	-	-	-	-	*	4	5	6	3
	SBC '05 F1	8	9	10	-	-	-	-	-	*	6	7	5
	Steenderen F2	9	10	11	1	-	-	-	-	-	*	8	7
	Vorden F2	10	11	1	2	3	-	-	-	-	-	*	9
	Warnsveldse Boys F3	11	2	4	6	8	10	-	-	-	-	-	*

Erläuterung: Dem Spielplan ist zu entnehmen, dass zwölf Mannschaften am Wettkampf teilnehmen, die jeweils ein Spiel gegen jede der anderen Mannschaften spielen. Jede Mannschaft spielt daher elf Spiele. Die Zahlen geben die Spielrunden an: Beispielsweise spielt AZC F2 in der ersten Spielrunde ein Heimspiel gegen Be Quick Z F2 und in der siebenten Spielrunde spielt Eefde SP F1 auswärts gegen Brummen F5.

Da jede Mannschaft elf Spiele in diesem Wettkampf spielt, können die Mannschaften nicht gleich viele Auswärts- wie Heimspiele spielen. Allerdings kann man versuchen, den Wettbewerb so fair wie möglich zu gestalten, indem beispielsweise jede Mannschaft entweder 5 Auswärts- und 6 Heimspiele oder 6 Heim- und 5 Auswärtsspiele spielt.

In Teil 1 habt ihr die Entfernungen und Anfahrtszeiten berücksichtigt, um den Wettbewerb fairer zu gestalten. Die Anfahrtszeiten in Autominuten zwischen den unterschiedlichen Sportanlagen, in denen die Spiele ausgetragen werden, sind in der Tabelle 2 weiter hinten im Text aufgelistet.

Im Spielplan in Tabelle 1 wurden nur die Anzahlen der Auswärts- und Heimspiele berücksichtigt. Dies führt zu unerwünschten Situationen: Mannschaften, die viele Heimspiele nacheinander spielen, Mannschaften, die sehr viel fahren müssen, usw.

Tabelle 2: Anfahrtszeiten in Autominuten:

	AZC F2	Be Quick Z. F2	Be Quick Z. F3	Brummen F5	Eefde SP F1	Eerbeekse Boys F5	Epse F1	Harfsen F1	SBC '05 F1	Steenderen F2	Vorden F2	Warnsveldse Boys F3
AZC F2	*	10	10	17	7	32	17	24	19	22	21	12
Be Quick Z. F2	-	*	0	15	9	32	20	27	10	14	17	11
Be Quick Z. F3	-	-	*	15	9	32	20	27	10	14	17	11
Brummen F5	-	-	-	*	21	20	31	38	27	16	27	23
Eefde SP F1	-	-	-	-	*	35	12	19	18	21	20	11
Eerbeekse Boys F5	-	-	-	-	-	*	26	38	38	32	43	40
Epse F1	-	-	-	-	-	-	*	14	28	31	30	21
Harfsen F1	-	-	-	-	-	-	-	*	33	38	33	26
SBC '05 F1	-	-	-	-	-	-	-	-	*	13	13	18
Steenderen F2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	*	23	22
Vorden F2	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	*	18
Warnsveldse Boys F3	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	-	*

Aufgabe 3

Verbessert den in Tabelle 1 dargestellten Spielplan so, dass der Wettkampf so fair wie möglich wird. Erläutert alle Kriterien, die ihr berücksichtigt, und beschreibt, in welcher Weise sie sich auswirken.

Aus organisatorischen Gründen beschließt der KNVB, die Meisterschaften der F-Jugend im nördlichen Gelderland in zwei Teilwettkämpfe mit jeweils sechs Mannschaften aufzuteilen. Auch in diesen beiden Teilwettkämpfen spielt jede Mannschaft gegen jede andere Mannschaft der eigenen Gruppe genau einmal.

Abschlussaufgaben - Teil 3

Aufgabe 4

Untersucht, wie man die Mannschaften am besten auf zwei Gruppen aufteilt, um einen möglichst fairen Wettkampf zu organisieren. Erläutert, wie ihr vorgeht und welche Kriterien ihr zugrunde legt. Erstellt schließlich für beide Teilwettkämpfe einen möglichst fairen Spielplan.

Aufgabe 5

Beschreibt eine klare Vorgehensweise, nach welcher der KNVB (oder irgendein anderer Sportverband, der Mannschaftswettkämpfe organisiert, bei denen jede Mannschaft gegen jede andere Mannschaft genau einmal spielt) einen möglichst fairen Spielplan erstellen kann. Berücksichtigt hierbei unterschiedliche Anzahlen von beteiligten Mannschaften. Achtet darauf, dass eure Darstellung nicht länger als eine DIN A4-Seite wird.