

Wer spielt gegen wen?



Aufgabe der Vorrunde für die 16-te Mathematik A-lympiade

26. November 2004

A-lympiade 2004: Informationen für die Teams

Liebe Schülerinnen und Schüler!

Sie beteiligen sich heute an einem anspruchsvollen und spannenden Wettbewerb, der konzentriertes, gut strukturiertes und teamorientiertes Arbeiten von Ihnen verlangt. Dieser Tatsache gebührt schon vorab eine ausdrückliche Anerkennung.

Viel Erfolg und eine glückliche Hand bei der Lösung der Aufgabe wünschen

Matthias Lippert und Michael Spielmann.

Einige Informationen sind nachfolgend notiert:

- Für die Bearbeitung der Aufgabe haben Sie 7 Stunden Zeit.
- Lesen Sie den Aufgabentext gründlich. Er enthält weitere allgemeine Hinweise! Klären Sie, wo die eigentliche Aufgabe liegt, und verteilen Sie die Arbeit im Team sinnvoll.
- Bedenken Sie, dass das Aufschreiben der Lösung viel Zeit kostet.
- Eine gute Aufgabenverteilung im Team und eine weitsichtige Zeitplanung tragen wesentlich zur Qualität der Lösung bei.

Was sonst noch besonderes verlangt wird, entnehmen Sie dem Aufgabentext.

Sie können in der Bearbeitungszeit Bücher und Computer benutzen, jedoch nicht das Internet; die Ausarbeitung sollte ein ansprechendes Aussehen haben und sprachlich einwandfrei formuliert sein. Nach 7 Stunden muss die Ausarbeitung beim betreuenden Lehrer abgegeben werden.

Die Aufgabe besteht aus 3 Teilaufgaben als Voruntersuchung und einer Hauptaufgabe. Es ist wichtig, dass Sie Ihre Entscheidungen erklären und untermauern. Im Vergleich der Lösungen wird die Jury darauf achten, ob Sie eigene Gesichtspunkte eingebracht haben. Der Gebrauch von kariertem Papier, Pauspapier oder Folien könnte hilfreich sein.

Dies müssen Sie abgeben:

Eine Handreichung, in welcher die Ergebnisse von Aufgabe 1 bis 3 kombiniert sind und zur Lösung der Hauptaufgabe hinreichend verallgemeinert werden.

Benutzen Sie schwarze Tinte für die Antworten, sie müssen gut kopierbar sein.



Mathematik A-lympiade: Vorrunde 2004-2005

Wer spielt gegen wen?

Im Volleyballverein „Bring ihn 'rüber“ beginnt wieder eine große Geschäftigkeit. „Bring ihn 'rüber“ richtet alljährlich zwischen Weihnachten und Neujahr für alle Schulen der Region ein beliebtes Turnier aus. Die Einladungen sind bereits versandt. Die Sportlehrer sind schon damit beschäftigt, Jungen- und Mädchenmannschaften zusammenzustellen.

„Ich möchte schon gerne mitmachen, aber ich weiß noch nicht, ob ich zwischen Weihnachten und Neujahr zu Hause bin, vielleicht bin ich auch mit meinen Eltern unterwegs“ ist eine Antwort, welche die Lehrer oft von den Schülerinnen und Schülern hören. Aus diesem Grund richten sich einige Lehrer per e-Mail mit der Bitte an den Verein, den Anmeldeschluss auf einen möglichst späten Termin zu legen.

Hans Fundal, Vorstandsmitglied von „Bring ihn 'rüber“, ist in diesem Jahr damit beauftragt, den Spielplan aufzustellen. „Unterschätze das nicht, Hans“, warnt sein Vorgänger ihn. „Damit bin ich im letzten Jahr sicherlich zwei Wochen lang beschäftigt gewesen.“ Folglich möchte Hans den Anmeldeschluss eigentlich nicht auf einen so späten Termin legen. Er wüsste am liebsten einen Monat im Voraus, wie viele Teams für das Turnier angemeldet sind.

Doch der Verein geht auf den Wunsch der Sportlehrer ein: Die Anmeldung ist bis zum letzten Schultag vor den Weihnachtsferien möglich – äußerst ungünstig für Hans, denn dies ist in diesem Jahr der 24. Dezember ...

Hans hat aber eine fabelhafte Idee: Er fragt sich, ob es möglich ist, eine Anleitung zur Aufstellung eines Spielplans zu geben, wenn die Anzahl der teilnehmenden Teams unbekannt ist ...

Das Ziel in der diesjährigen Vorrunde der A-lympiade ist es, eine solche Anleitung zu erstellen. Dazu werdet ihr zunächst eine Voruntersuchung anstellen. Ihr untersucht hier eine Anzahl von Beispielen, die euch Ideen für den Abschlussauftrag liefern sollen, nämlich der Erstellung einer Anleitung für Hans.

Die Regeln des Turniers

In den Turnierregeln stehen einige Randbedingungen, die ihr beachten müsst:

- Das Turnier wird im Sportzentrum „Apfelbaum“ abgehalten.
- Ein Spiel dauert 20 Minuten.
- Zwischen zwei Spielen sind 15 Minuten Zeit für Pausen, Platzwechsel usw. einzuplanen.
- Jede Mannschaft spielt höchstens acht Spiele.
- Der Turnierbeginn ist um 10:00 Uhr.
- Die Siegerehrung findet um 18:00 Uhr statt.

Voruntersuchung

Aufgabe 1

Es sind fünf Mädchenteams für das Turnier angemeldet. Zwei Felder stehen zur Verfügung, die nicht immer beide gleichzeitig genutzt werden müssen.

Die Mannschaften spielen einen „halben Wettkampf“, das heißt: Jedes Team spielt gegen jedes andere Team genau einmal.

Stellt einen Spielplan auf, so dass die Austragungszeit für das Turnier möglichst kurz ist und der Plan den Turnierregeln genügt.

Beschreibt die Methode, nach der ihr vorgegangen seid und untersucht, ob diese Methode auch bei jeder beliebigen Anzahl von Mädchenteams anwendbar ist.

Aufgabe 2

Es wird beschlossen, in die Turnierregeln die Beschränkung aufzunehmen, dass ein Team höchstens zwei Spiele nacheinander bestreitet und danach mindestens eine Runde aussetzt, um eine Pause einzulegen.

Erstellt einen Spielplan für das Turnier mit den fünf Mädchenteams. Legt euren Plan so an, dass die Austragungszeit für das Turnier so kurz wie möglich wird, das Turnier auf zwei Feldern stattfindet und der Plan den Turnierregeln (mit der neuen Beschränkung) genügt. Beschreibt die Methode, nach der ihr vorgegangen seid und untersucht, ob diese Methode auch bei jeder beliebigen Anzahl von Teams anwendbar ist.

Aufgabe 3

Sechs Mädchenteams und fünf Jungenteams haben sich für das Turnier angemeldet. Das Sportzentrum „Apfelbaum“, in dem das Turnier ausgetragen wird, hat zwölf Spielfelder. Die Anzahl der Felder, die benutzt werden sollen, dürft ihr nun frei wählen – aber je geringer die Zahl der benutzten Felder ist, desto geringer fällt die Miete aus, die für die Nutzung des Sportzentrums zu zahlen ist.

Erstellt drei verschiedene Spielpläne für das Turnier. Legt eure Planungen so an, dass die Austragungszeit für das Turnier so kurz wie möglich wird, auf einer möglichst geringen Zahl von Feldern stattfindet und den Turnierregeln (mit der neuen Beschränkung aus Aufgabe 2) genügt.

Beschreibt die Methoden, nach denen ihr vorgegangen seid. Erläutert, welche Methode aus eurer Sicht zum besten Spielplan führt.

Abschlussauftrag: Eine Handreichung für Hans

Schreibt für Hans eine Handreichung zur Aufstellung eines Spielplans für das Weihnachtsturnier des Vereins „Bring ihn ’rüber“.

Hans möchte, wenn die Anmeldezahlen vorliegen, sogleich mit der Aufstellung des Spielplans beginnen. Ideal wäre eine Nachschlagewerk mit Spielplänen für alle möglichen Kombinationen von Anzahlen der Jungen- und Mädchenteams. Ein solches Nachschlagewerk zu erstellen ist allerdings im Rahmen der A-lympiade nicht durchführbar.

Die Ergebnisse der Voruntersuchungen liefern jedoch Anregungen und Ideen zur Erstellung einer Handreichung, nach der Hans vorgehen kann.

Es folgen noch einmal die Randbedingungen, die ihr unbedingt beachten müsst:

- Es sind möglichst wenig Spielfelder zu nutzen. Zur Benutzung stehen zwölf Felder zur Verfügung.
- Ein Spiel dauert 20 Minuten.
- Zwischen zwei Spielen sind 15 Minuten für Pausen, Platzwechsel usw. Zeit einzuplanen.
- Jede Mannschaft spielt höchstens acht Spiele und nicht mehr als zwei Spiele in Folge.
- Der Turnierbeginn ist 10:00 Uhr.
- Die Siegerehrung findet um 18:00 Uhr statt.

--- Ende der Aufgabe ---