

Was meinst du? und

...

**Internationales Finale der Olympiade
9./10. März 2018
Garderen, Niederlande**

Impressum

Die Mathematik-Alympiade wird vom Freudenthal Institut, Universität Utrecht, ausgerichtet. Die Kommission der Olympiade ist für die Organisation des Wettbewerbs und die Erstellung der Aufgaben verantwortlich.

Die Mitglieder der Kommission sind:

Eric van Dijk

Lorentz Casimir Lyceum Eindhoven

Tom Goris

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan

Freudenthal Instituut, Utrecht & NHL Hogeschool, Leeuwarden

Senta Haas

Städtisches Gymnasium Hennef, Hennef, Deutschland

Jaques Jansen

Strabrecht College, Geldrop

Kim Kaspers

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert

Röntgen-Gymnasium, Remscheid, Deutschland

Ruud Stolwijk

CITO, Arnhem & Vrijeschool Zutphen VO

Monica Wijers

Freudenthal Instituut, Utrecht

Sekretariat:

Liesbeth Walther und Mariozee Wintermans

Freudenthal Instituut, Utrecht

Die Olympiade wird **unterstützt** durch:

- Das Ministerium für Schule und Bildung des Landes Nordrhein-Westfalen
- Den Landesverband Mathematikwettbewerbe in Nordrhein-Westfalen
- Das Ministerium für Bildung, Kultur und Wissenschaft der Niederlande
- CASIO, Amstelveen
- Texas Instruments, Utrecht
- Fontys Lehrerbildung, Tilburg

ARBEITSANWEISUNG FÜR DIE FINALAUFGABE DER MATHEMATIK ALYMPIADE 2017

VORAB:

- Lest zunächst die gesamte Aufgabenstellung durch, damit ihr einen Überblick darüber bekommt, was an diesem Wochenende alles zu erledigen ist.
- Kontrolliert, ob ihr die Datei auf dem USB-Stick öffnen könnt.
Die folgende Datei findet ihr auf dem Stick: Aufgabenstellung *Finale Alympiade2018* (auf Niederländisch, Englisch und Deutsch) inklusive 3 Anlagen

ZEITPLANUNG:

- Behaltet die Zeit im Blick, während ihr die unterschiedlichen Teilaufgaben bearbeitet.
- Es muss ein Bericht abgegeben und eine Präsentation vorbereitet werden. Weitere Informationen zur Abschlussaufgabe und zur Präsentation erhaltet ihr im Laufe des Wochenendes.
- Verteilt die Aufgaben untereinander, soweit dies möglich ist, und überlegt euch hierfür eine sinnvolle Zeiteinteilung.
- Am Samstagmittag müsst ihr vor dem Mittagessen (also spätestens um 12.30 Uhr) einen Stick mit eurer Ausarbeitung (als ein Dokument) abgeben.

ABGABE:

Samstagmittag spätestens um 12.30 Uhr: USB-Stick mit der kompletten Ausarbeitung

- Gebt eure Ausarbeitung als ein digitales Dokument ab, am besten im pdf-Format.
- Probiert auf verschiedenen Computern aus, ob euer pdf-Dokument gelesen werden kann.
- Die Mitglieder der Jury erhalten digitale Kopien der von euch abgegebenen Datei. Ihr könnt also auch mit Farben arbeiten.
- Für die Lesbarkeit eurer digitalen Ausarbeitung seid ihr selbst verantwortlich.

BEWERTUNG:

Fasst alle Untersuchungen zu einem Bericht zusammen, der ohne Kenntnis der Aufgabenstellung gut verstanden werden kann. Zentraler Bestandteil eurer Ausarbeitung ist die Bearbeitung der Abschlussaufgabe inklusive aller hierfür wichtigen Überlegungen und Argumenten.

Bei der Bewertung des Berichts werden u.a. die folgenden Aspekte berücksichtigt:

- die Ausarbeitung zu den Einstiegsaufgaben 1 bis 3, zu den Aufgaben 1 bis 3 sowie zu den Abschlussaufgaben;
- die Vollständigkeit der Ausarbeitungen zu den unterschiedlichen Aufgaben;
- der Gebrauch von Mathematik;
- die verwendete Argumentation und die Begründungen der getroffenen Entscheidungen;
- der Tiefgang, mit dem die unterschiedlichen Aufgaben beantwortet wurden;
- das Poster, welches ihr für die Abschlusspräsentation erstellt;
- Originalität und Kreativität

Viel Spaß und viel Erfolg!!

Was meinst du?

Handys werden oft zum Versenden von Textnachrichten benutzt. Früher – als es noch keine Smartphones gab – war das sehr umständlich. Handys hatten damals eine Tastatur wie in der Abbildung rechts.



Um einen Text einzugeben gab es eine **schnelle** und eine **umständliche** Art.

Bei der **schnellen** Art benutzte man das "T9"-System, welches auf das Wörterbuch des Handys zurückgreift. T9 ist die Abkürzung für "Text auf 9 Tasten". Das T9-System verwendet die Tasten 2 bis 9 sowie die 0. Die 0 wird für das Einfügen einer Leertaste benutzt.

Die **umständliche** Art verwendet kein T9 und funktioniert wie folgt: Wenn man "hallo" schreiben möchte, dann muss man folgende Tasten drücken:

- zwei Mal die Zifferntaste 4 für das "H"
- ein Mal die Zifferntaste 2 für das "A"
- drei Mal die Zifferntaste 5 für das "L"
- drei Mal die Zifferntaste 5 für das "L"
- drei Mal die Zifferntaste 6 für das "O"

Mit dem T9-System, kann man wie folgt vorgehen: Um das Wort "hallo" mit Hilfe von T9 (unter Verwendung des integrierten Wörterbuchs) einzutippen, muss man die folgenden Tasten drücken:

- ein Mal die Zifferntaste 4 für das "H"
- ein Mal die Zifferntaste 2 für das "A"
- ein Mal die Zifferntaste 5 für das "L"
- ein Mal die Zifferntaste 5 für das "L"
- ein Mal die Zifferntaste 6 für das "O"

Das T9-System sucht in der integrierten Wörterliste nach dem Wort, welches gemeint sein könnte. Diese Wörterliste im Handy umfasst sehr viele Wörter. Sobald man eine Taste drückt, kann bereits eine große Anzahl von Wörtern ausgeschlossen werden. Das Handy zeigt einige mögliche Wörter und passt diese an, sobald man eine weitere Taste drückt. Bei jeder folgenden Taste können von diesen Wörtern wieder einige ausgeschlossen werden.

Einstiegsaufgabe 1:

Es wird behauptet, dass durch das T9-System im Vergleich zum alten, umständlichen System durchschnittlich 50-65% an Zeit eingespart werden kann.

Überprüft diese Aussage, aber beschränkt euch dabei nicht nur auf einige wenige Beispiele.

Manchmal sind mehrere Buchstabenkombinationen mit den Tasten möglich, die man gerade getippt hat. In diesem Fall zeigt das Telefon die möglichen Wörter, aus denen gewählt werden kann. Je länger das Wort ist, desto geringer ist die Wahrscheinlichkeit, dass verschiedene Wörter übrig bleiben, aus denen man wählen kann. Oft wird schon nach einigen Tasten, noch vor Ende des Worts, der sog. **Unizitätspunkt** erreicht. Damit ist der Punkt gemeint, an dem nur noch ein einziges Wort in der Wörterliste übrig bleibt. Bei einem langen Wort der Liste wird der Unizitätspunkt bereits erreicht, bevor die letzte Taste getippt wird.

In der nächsten Aufgabe gehen wir von einem Wörterbuch mit 30.000 Wörter aus. Da zum Tippen von Buchstaben acht verschiedene Tasten benutzt werden, könnte man vermuten, dass mit dem Tippen einer nächsten Taste sieben der acht Möglichkeiten wegfallen und daher $\frac{7}{8}$ der Wörter aus der Liste wegfallen.

Einstiegsaufgabe 2

a) Wie oft muss man gemäß der obigen Annahme bei einem langen Wort Tasten drücken, bis man den Unizitätspunkt erreicht hat?

In Wirklichkeit fallen nicht immer $\frac{7}{8}$ der Wörter aus der Liste weg, wenn man einen weiteren Buchstaben kennt.

b) Nennt Argumente, warum nicht immer derselbe Anteil an Wörtern wegfällt.

Wir möchten nun mit einer Liste von 59 Wörtern, die alle mit einem Q beginnen (s. Anhang 1), simulieren, dass nicht immer derselbe Anteil der Wörter wegfällt.

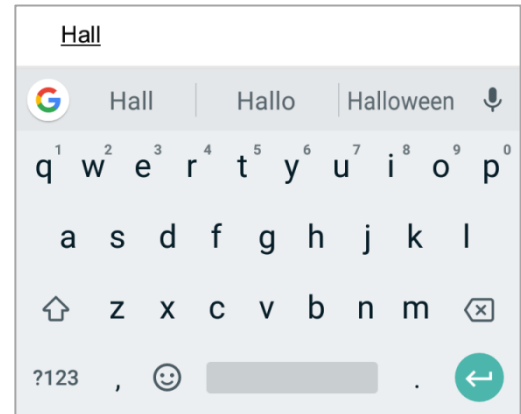
Einstiegsaufgabe 3

a) Schaut euch Anhang 1 an und gebt bei jedem der folgenden Wörter an, wie viele Tasten man tippen muss, um den Unizitätspunkt zu erreichen. Notiert auch, welcher Anteil der übrig gebliebenen Wörter bei jeder folgenden Taste wegfällt.

- Quotum
- Quinoa
- Quiz
- Qanun

b) Begründet, bei welchem Wort (oder bei welchen Wörtern) aus der Liste am schnellsten der Unizitätspunkt erreicht wird, sowie bei welchem Wort (oder welchen Wörtern) es am längsten dauert. Beschreibt auch gut, woran das liegt.

Heutzutage haben die meisten Handys einen Touchscreen (oder eine Sprachsteuerung, aber das werden wir hier nicht untersuchen). Wie beim T9-System wird das Schreiben dadurch vereinfacht, dass Wortvorschläge gemacht werden. In der nebenstehenden Abbildung kann man erkennen, welche Vorschläge bei einem bestimmten Handy nach dem Eintippen des Textes "Hall" gemacht werden. Tippt man einen weiteren Buchstaben, so werden die Vorschläge angepasst. Die vorgeschlagenen Wörter kann man direkt auswählen, was viel Zeit einspart im Vergleich zur vollständigen Eingabe aller Buchstaben des Wortes. Je besser die Vorschläge zum Text passen, desto größer ist der Zeitgewinn.



In dieser Aufgabe untersucht ihr, wie man ein System entwickeln kann, um getippten Text so gut wie möglich vorherzusagen.

Wir arbeiten in der folgenden Aufgabe mit einer fiktiven Sprache mit zehn Buchstaben. Wir beginnen mit einer Liste von Wörtern mit drei oder vier Buchstaben. Zunächst werden wir noch keine Vorschläge für das komplette Wort machen, sondern nur für den nächsten Buchstaben.

Aufgabe 1

- a) Untersucht mit Hilfe der Wörterliste in Anlage 2, welcher Vorschlag für den zweiten Buchstaben in Abhängigkeit vom Anfangsbuchstaben am besten ist.

In der obigen Abbildung habt ihr gesehen, welche Vorschläge ein bestimmtes Handy macht, wenn man den Text "hall" eingibt. Es erscheinen immer drei Vorschläge auf dem Display. Ein Telefon in der Sprache von Anlage 2 soll auch immer drei Vorschläge machen.

- b) Beschreibt eine Strategie, der man folgen muss, um gute Vorschläge für die anderen Buchstaben zu erhalten. Ihr müsst die Vorschläge nicht explizit angeben, sondern nur beschreiben, wie man vorgehen muss, um möglichst gute Vorschläge zu bekommen.

Aufgabe 2

Wenn man mit der Eingabe eines Wortes beginnt, dann weiß man noch nicht, wie lang das Wort sein wird. Angenommen es ist bekannt, dass in unserer Sprache dreimal so viele Wörter mit vier Buchstaben als mit drei Buchstaben benutzt werden. Wie könnt ihr eure Strategie aus Aufgabe 1 darauf anpassen?

Bislang haben wir nur Listen von einzelnen Wörtern betrachtet. Nicht alle Wörter aus einer Wörterliste werden aber gleich oft gebraucht. Außerdem schreibt man i.d.R. keine einzelnen Wörter, sondern vor allem Sätze. Dabei können vorhergehende Wörter Einfluss auf das nächste zu erwartende Wort haben. In einem geschriebenen Text existiert nämlich eine Satzstruktur, die aus Textmerkmalen wie Satzlänge, Wortreihenfolge, usw. besteht.

Aufgabe 3

In Anlage 3 befindet sich ein Text, der aus Wörtern mit zwei, drei, vier, fünf oder sechs Buchstaben in ganzen Sätzen besteht. Beschreibt ausgehend von den Wörtern und Sätzen in diesem Text eine Strategie, mit deren Hilfe man möglichst gute Wortvorschläge in dieser Sprache machen kann.

Berücksichtigt dabei nicht nur Vorschläge für einzelne Wörter aufgrund der eingetippten Buchstaben, sondern auch Wörter in Sätzen sowie ggf. andere Merkmale in Bezug auf die Satzstruktur.

Wer ist der Autor?

Nimmt man alle Merkmale einer Satzstruktur zusammen, so erkennt man eine Art Fingerabdruck des Autors in den von ihm verfassten Texten. Daher können diese Merkmale auch dazu benutzt werden, Texte eines bestimmten Autors zu erkennen.

Abschlussaufgabe

Bislang haben wir eine fiktive Sprache betrachtet. In "echten" Texten (in einer realen Sprache) entstehen natürlich noch mehr Variationen. Die Textmerkmale sind außerdem nicht bei jedem Autor dieselben.

Ihr erhaltet sechs englische Texte in ausgedruckter Form. Diese können alle von verschiedenen Autoren verfasst sein, vielleicht aber auch alle von ein und demselben Autor - oder auch eine Mischung von beiden.

Findet heraus, wie viele verschiedene Schriftsteller für diese Texte verantwortlich sind. Beschreibt klar und gut verständlich, welche Methode ihr bei euren Untersuchungen angewandt habt und wie ihr zu euren Schlussfolgerungen gekommen seid. Die beschriebene Methode muss selbstverständlich auch bei anderen (englisch-sprachigen) Texten anwendbar sein.

Achtung: Auf dem Stick befinden sich 15 Texte. Für diese Abschlussaufgabe benötigt ihr aber nur die sechs Texte, die ihr auch in ausgedruckter Form erhalten habt.

Präsentation

Insgesamt sind 15 englischsprachige Texte auf die Teams verteilt worden - und zwar so, dass bei Abschlussaufgabe 1 jedes Team 6 dieser Texte erhalten hat. Jedes Team hat dabei untersucht, wie viele verschiedene Schriftsteller die ihnen zugeteilten Texte verfasst haben.

Am Samstag erhaltet ihr von den Organisatoren ein Schema, nach dem die Teilnehmer der Teams so gemischt werden, dass 8 neue Gruppen entstehen. Jede dieser neuen Gruppen besteht aus 6 bis 8 Personen, wobei immer 2 aus demselben Team stammen. Diese Neuverteilung ist so gestaltet, dass innerhalb einer Gruppe alle 15 Texte in Abschlussaufgabe 1 betrachtet wurden.

Aufgabe in diesen neuen Gruppen soll nun sein, gemeinsam herauszufinden, wie viele Autoren insgesamt an diesen Texten beteiligt sind und wie die Texte auf die Autoren verteilt sind. Jede Gruppe soll anschließend in einer Präsentation verdeutlichen, wie sie an diese Aufgabe herangegangen ist und (natürlich) zu welchem Ergebnis sie gekommen ist.

Anlage 1

QANUN	QA	A	QUERY	QU	U
QAT	QA	A	QUESADILLA	QU	U
QBASIC	QB	B	QUEST	QU	U
QED	QE	E	QUETZAL	QU	U
QUA	QU	U	QUEUE	QU	U
QUACK	QU	U	QUEUEN	QU	U
QUADRAFONIE	QU	U	QUIBUS	QU	U
QUADRICEPS	QU	U	QUICHE	QU	U
QUADRILJARD	QU	U	QUICKSTEP	QU	U
QUADRILJOEN	QU	U	QUIDAM	QU	U
QUADRILLE	QU	U	QUILT	QU	U
QUADRIVIUM	QU	U	QUILTEN	QU	U
QUADRUPEL	QU	U	QUINOA	QU	U
QUAESTOR	QU	U	QUINTET	QU	U
QUAESTRIX	QU	U	QUINTILJOEN	QU	U
QUAESTUUR	QU	U	QUIPROQUE	QU	U
QUAKER	QU	U	QUITTE	QU	U
QUAKERSHOED	QU	U	QUIZ	QU	U
QUANT	QU	U	QUIZLEIDER	QU	U
QUARANTAINÉ	QU	U	QUIZMASTER	QU	U
QUARK	QU	U	QUODLIBET	QU	U
QUARTERNAIR	QU	U	QUOMODO	QU	U
QUARTERNION	QU	U	QUORUM	QU	U
QUARTET	QU	U	QUOTA	QU	U
QUASI	QU	U	QUOTE	QU	U
QUASIMODO	QU	U	QUOTEN	QU	U
QUATREMAINS	QU	U	QUOTERING	QU	U
QUATSCH	QU	U	QUOTIENT	QU	U
QUEESTE	QU	U	QUOTUM	QU	U
QUERULANT	QU	U			

Anlage 2

eep	pup	roe	uqu
eew	pur	rop	utp
eit	put	rou	utr
eqe	puu	roy	uue
ewi	puy	rqi	uup
ewo	qep	rrr	uut
ewp	qet	rry	uuu
ewr	qiw	rti	uwy
ewu	qoe	rto	uyp
iii	qor	rtt	wei
iot	qou	rui	weo
ipe	qqe	rup	wer
ipy	qqi	rur	wey
itt	qqo	rut	wiw
iut	qqp	ruu	woe
iuy	qqy	ruy	wqi
iyu	qrr	tip	wqr
iyy	qup	tro	wqt
oip	quq	trp	wqu
oir	qur	trr	yeo
oor	qut	ttt	yiw
ooy	quy	tue	yot
opi	qwi	tup	you
opr	qwo	twt	yry
opt	qwp	twu	ytr
ouy	ree	tye	ytt
oyr	rep	tyi	yui
piw	rer	tyt	yup
poy	ret	tyy	yur
ppe	rip	uio	yut
ppi	rit	uot	yuu
ppt	riu	uou	yuw
ppu	riw	upp	

eett	ouuy	qtiw	rter	uoew
eeut	oyuw	qupr	rtit	uter
eeyw	pirt	qupt	rtiy	utpr
eqiq	piru	qupy	rtot	utru
eqpr	pitt	qurt	rtoy	uttu
eqrt	piur	qutu	rtup	utup
eryt	piut	quur	rtur	utyo
etir	piyr	quut	ruew	uupr
etoq	poer	quuw	rupr	uwqt
ewpr	poow	quwr	rupt	uyup
ewup	ppie	qwiw	ruru	weir
ewye	ppow	qwow	ruur	weit
iipu	ppoy	qwrr	ruut	wiup
iitt	pppu	reeu	ruuw	wotr
ioeq	ppre	reiy	rwer	wqee
ioit	ppyw	repq	rwup	wqiy
iorq	ptup	rept	ryer	wqpr
iott	pupt	repu	ryrq	wqrr
ipty	puur	rerq	ryuy	wqtw
iruu	puut	rett	ryyq	wuer
iutr	puuw	riup	teow	wuuw
iuuq	puuy	riut	titr	wuuy
iuut	puwr	riwp	tiup	wwey
iypt	qeir	riwq	tiut	wwiy
oitq	qeoy	riwr	tiwr	wwrr
oiyo	qetp	roor	toup	wwuw
ooit	qeyt	roow	towq	yiew
oore	qeyu	roup	tpuu	yipy
oorr	qiuw	rout	trir	yiut
oouq	qoet	rowp	ttiu	yiwt
ooyq	qoow	rowy	ttoe	yyiu
oppe	qooy	rpit	ttot	yoer
opru	qoyu	rpur	tuoq	yoow
opup	qqiw	rput	tupr	yopr
oput	qqoy	rpuy	tupy	your
opye	qqpq	rriy	tuut	yout
ouow	qqtw	rrtr	twor	yrir
ourt	qqyy	rryw	tyre	yrtq

ytey	yuep	yuup	yuyi
ytiy	yuit	yuut	ywiw
ytur	yupw	yuuw	yyee
ytyt	yutr	yuwr	yyre

Anlage 3

Tupy tuutru uw uupr uup riu uup ywoep qur up zuyup zopup. Ru puwrtu utru ruy zo qwr qiw rop ip qut qor, yuuw qutuur, qiw rtuuyru uw qiwpu pooit ip zoyuut tu rut qiw up ziwp yuzip yupouy tu utup rop yuyup. Yoowut yoow qut pur rut quut uwy, puup riu pur towq ut Rtuip up zpur. Wu zett qut piut, yuuw toup qiw puwr, pur qiw yuuw put zo ywoot utr ru reiy yup ziwp yuruw. Ruuwoy puwr qiw oor Rtuip.

Ip qut wuuw puuwip rit quyipt, uw ip qut tupr. Qut utup puwr rtuurr up rop ru qut piut yuuw. Toup uw yuup utup yuuw pur ip qut qutu qeir zui ru op zuruwu uyopr, toup ru ut ip qur tuyup, tuyup ziwp ywoep: "Ywoep, ir rup qut piut tupyuw rut opzu yup ru qopyuw. Ruuwoy puuy ir zu yowyup yu puuw qut qor oy qoet tu up rup tuut ir zu ruuw uwqtuw; qiuw putup pu zuruw rut zu, yuuw ip qut qor royup zu iuyupr tuyup riu zu rup qutpup."

Ru ywoep yopr qut uup ptup. Zu pirt put qiwpu zuruw rut ru ip qut qor zoerup yiprup riu qep qetp zoe qieurup. Ruuwoy zu poy uup ruuw qut qutu qeir ot uw iutr tu yiprup pur, yuuw toup zu piutr yopr, yourt ziw ru yuruw put yutiwr yuyup: utr ru, zoerup ziw zuruw. Zu roprup rer yuuw qutuw qut qor ipyuup.

Rtuip qur uttur put ziw zuirup, puup qiw qur ziwq opruw ru rtout yup ziwp yuruw. Toup ziwp oeruw yipyup, yipy qiw oor puuw qur, yuuw qiw ruur ru qutu puwqt yuup ooy riwqt. Qiw yourt uw rtuurr yuuw uup ruprup rut qiw up ziwp qwouwr ru ruy uttuup ip qut qor zoerup powrup. Pu uup tiwrwu qur qiw uup your. Qiw pur rup put rtuip, yuuw qiw pur oor quut rtiy! Poy ru zop pur, rtoop Rtuip qut qeir eit. Qiw yipy puuw ru quur riu ytur qiw qep qeirwu up ruuw qiw uup, qiw ziwp zurrup. Ruuwpu yipy qiw tuwey puuw qeir.

Zoutr ru ut qur yuzuyr, puy qiw ru riu ruy yu puuw qut poer oy qoet tu. Oor ziwp ywoep yipy yu up ru quziy puwup zoyuut qoet tu, yipyup ziw up quuw yup quut uup ip. Ru pirt your ru puy ip qut qor up qut rorttu quy puipiy youitu oy yut ziwp ywoep ru puy tuwey tu yiprup. Yuuw toup ru qep oeruw piut yuuw zuyup, ziw tu qeitup, ququtyu Rtuip, puup riu qur op ru rtuurr uup tutup yuttup. Qiw zui tuyup ziwp qwouwr rut ziw piut yuuw tu qeitup, oyruq qiw zu put yuitiy puuw qeir zoe. Up rut ruur qiw, roow quut qut rpoow yup ru pittu tu yotyup. Qiw qep qeir, ziw piut puuw qippup tu yuup, oyruq Rtuip qur, rut qep oeruw qup piut yuuw pitrup quqqup. Ziw uup uup wuuy.

Pe yout wu putup rut uw quut put pur. Qiw qep qurrup ru up ziwp ywoep uup zurwu yut yutr op tutut. Rut pur ruuw roow iuyupr eit qut rowp, riu pirt rut ziw yuup utup yuuw qurrup. Ru ywoep pur puuw ru rtuyuw yuyup up yoow qut uwrtr riprr ruyup qurrup ziw up quuw yup puuw. Towq pur ziw uwy. "O, tiuyu yup", ru quuw zuyyup, "riwr pe uupr, pu quqqup pe zuttr poy utup oyuw. Yuuw piw quqqup opzu ip qut qor up piw zettup zu pooit yuuw reppup yiprup oy qup ip opr yuter tu tutup rutup. Ziu wu pe put, rut qut yup opr pur, ru piut qiw opr tu qoerup?"

Up toup ru qut eit. "Youruw, qiuw ziwp piw!", wiupup ziw. "Rou yuuw yuep opup!"