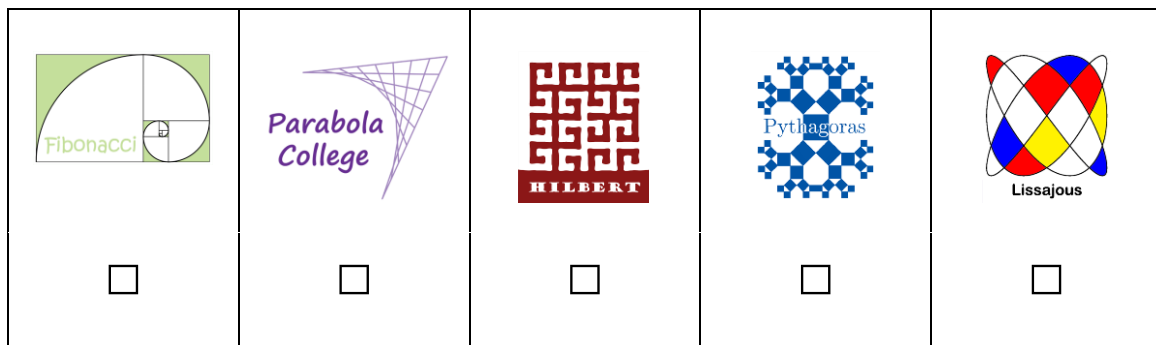


Finale Alympiade 2015



Schulwahl und Vergabeverfahren

Gardenen, 13. und 14. März 2015

Impressum

Die Wiskunde Olympiade ist eine Initiative des Freudenthal-Instituts der Universiteit Utrecht.

Die Olympiaden-Kommission ist verantwortlich für die Organisation der Olympiade und die Erstellung der Aufgaben.

Die Kommission besteht aus:

Sarah Abdellahi

House of Mathematics, Isfahan, Iran

Marcel Daems

Montaigne Lyceum, Den Haag

Tom Goris

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

Dédé de Haan

Freudenthal Instituut, Utrecht

Kim Kaspers

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

Johan van de Leur

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

Matthias Lippert

Röntgen Gymnasium, Remscheid-Lennep, Deutschland

Ruud Stolwijk

CITO, Arnhem, Vrijeschool Zutphen VO, Zutphen

Monica Wijers

Freudenthal Instituut, Utrecht

Secretariaat:

Liesbeth Walther en Mariozee Wintermans

Freudenthal Instituut, Utrecht

Die Olympiade wird unterstützt durch:

Ministerium für Schule und Weiterbildung Nordrhein-Westfalen

Landesverband Mathematikwettbewerbe Nordrhein-Westfalen

Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap

CASIO, Amstelveen

Texas Instruments, Utrecht

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

ARBEITSANWEISUNG FÜR DIE FINALAUFGABE DER MATHEMATIK A-LYMPIADE 2015

VORAB:

- Lest zunächst die gesamte Aufgabenstellung durch, damit ihr einen Überblick darüber bekommt, was an diesem Wochenende alles zu tun ist.
- Kontrolliert, ob ihr die Datei auf dem USB-Stick öffnen könnt.
Es befindet sich darauf die Aufgabenstellung mit dem Dateinamen *Finale Alympiade2015* (auf Niederländisch, Englisch und Deutsch)
- Verteilt Aufgaben, soweit es möglich ist.

ZEITPLANUNG:

- Behaltet die Zeit im Blick, während ihr die unterschiedlichen Teilaufgaben bearbeitet.
- Es muss eine Ausarbeitung abgegeben und eine Posterpräsentation vorbereitet werden. Plant vorab, wann wer womit beginnt.
- Am Samstag um 13.00 Uhr, vor dem Mittagessen, müsst ihr den USB-Stick abgeben.

ABGABE:

Freitagabend spätestens um 21.30 Uhr: USB-stick mit der Abschlussaufgabe von Freitag
(das entwickelte Formular, Beschreibung und Erläuterung des Vergabeverfahrens)

Samstagmittag spätestens um 13.00 Uhr: USB-Stick mit der kompletten Ausarbeitung

- Gebt eure Ausarbeitung als ein digitales Dokument ab, am besten im pdf-Format.
- Probiert auf verschiedenen Computern aus, ob euer pdf-Dokument gelesen werden kann.
- Die Mitglieder der Jury erhalten digitale Kopien der von euch abgegebenen Datei. Ihr könnt also auch Farben verwenden.
- Für die Lesbarkeit eurer digitalen Ausarbeitung seid ihr selbst verantwortlich.

BEWERTUNG:

Fast alle Untersuchungen zu einem gut verständlichen Bericht zusammen, der alleine (ohne Kenntnis der Aufgabenstellung) gelesen werden kann. Euer eigenes Vergabeverfahren (Abschlussaufgabe 2 von Samstag) mit Erläuterung und Argumenten, warum dieses im Vergleich zu anderen Verfahren gut funktioniert, steht dabei im Vordergrund. Verweist dabei auch auf euer selbst erstelltes Beurteilungssystem (Abschlussaufgabe 1 von Samstag).

Arbeitet auch mit Anlagen, in denen z.B. Testdaten, Formulare u.ä. aufgeführt werden können.

Bei der Bewertung werden unter anderem berücksichtigt:

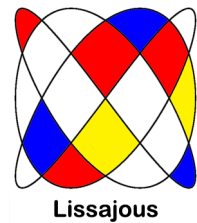
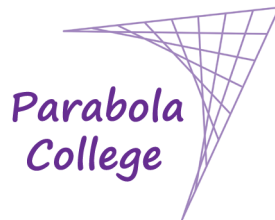
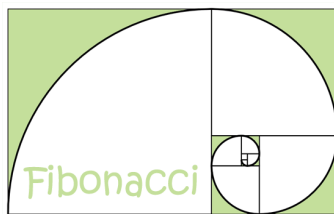
- die Ausarbeitung und Begründung zu den Aufgaben 1 bis 6 sowie zu den Abschlussaufgaben;
- die Vollständigkeit der Ausarbeitungen zu den unterschiedlichen Aufgaben;
- der Gebrauch von Mathematik;
- die verwendete Argumentation und die Begründungen zu den getroffenen Entscheidungen;
- der Tiefgang, mit dem die unterschiedlichen Aufgaben beantwortet wurden;
- die Präsentation: Form, Lesbarkeit, grafische Veranschaulichung usw.;
- das Poster, das ihr für die Abschlusspräsentation vorbereitet;
- Originalität und Kreativität

Schulwahl und Vergabeverfahren

Es ist nicht so einfach, eine weiterführende Schule auszusuchen. Entscheidest du dich für eine kleine Schule? Oder eine große Schule? Eine Schule mit sportlichem oder technischem Schwerpunkt? Eine Schule, auf die auch deine Klassenkameraden gehen? Eine Schule um die Ecke oder ...?

Es gibt viele Gründe, eine bestimmte Schule zu wählen. Zu Beginn dieses Finalwochenendes hat jeder Teilnehmer ein Anmeldeformular ausgefüllt und bei den Organisatoren abgegeben.

Erkundung



In Amberhavn gibt es fünf weiterführende Schulen: das Fibonacci, das Hilbert, das Lissajous, das Parabola College und das Pythagoras. Jede dieser Schule hat ihren eigenen Charakter. Viele Schüler bevorzugen daher auch eine dieser fünf Schulen:

Amber: *Das Fibonacci scheint mir eine schöne Schule zu sein, aber auch das Parabola College und das Hilbert. Meiner Meinung nach sind alle drei Schulen gut und sie liegen außerdem in meiner Nähe. Ich freue mich sehr darauf, im nächsten Jahr auf die weiterführende Schule zu gehen.*

Beate: *Ich würde sehr gerne aufs Pythagoras gehen. Es ist eine sehr gute Schule und dort gibt es viele musikalische Angebote. Das Parabola scheint auch nett zu sein, aber ich möchte nicht aufs Lissajous, denn meine Mutter unterrichtet dort und ich möchte auf keinen Fall in ihrer Klasse landen.*

Carlo: *Mir ist es ziemlich egal, auf welcher Schule ich lande. Schule interessiert mich sowieso nicht. Vielleicht sind das Parabola College und das Fibonacci noch ganz ok.*

Dennis: *Meine Eltern waren beide auf dem Lissajous und viele meiner Onkel und Tanten ebenso. Natürlich will ich auch aufs Lissajous. Aber wenn das nicht klappt, gehe ich halt zum Pythagoras.*

Elise: *Ich schwanke noch zwischen dem Fibonacci und dem Hilbert. Es sind beides gute Schulen und am Tag der offenen Tür haben sie mir beide gefallen. Und sie haben ein Schulorchester. Ich spiele Klavier und würde gerne im Schulorchester mitmachen. Am liebsten würde ich daher auf eine dieser beiden Schulen gehen.*

Frank: *Ich möchte gerne Kunst als Abiturfach nehmen und das geht nur auf dem Fibonacci. Daher möchte ich unbedingt dorthin. Und ich will auf keinen Fall aufs Parabola oder Hilbert, denn da hat man noch nicht mal in der Unterstufe Kunstunterricht.*

Gerard: *Ich hab mir eine Pro- und Contra-Liste gemacht und daraus meine bevorzugte Reihenfolge abgeleitet: Pythagoras, Fibonacci, Hilbert, Parabola College, Lissajous.*

Hugo: *Das Hilbert, das Lissajous und das Fibonacci finde ich alle prima, aber ich möchte nicht aufs Parabola College oder zum Pythagoras, denn die Schnuppertage dort waren total langweilig. Und die Lehrer waren alle so alt.*

Ibrahim: Meine Top 5 lautet: 1. Lissajous, 2. Pythagoras, 3. Hilbert, 4. Parabola, 5. Fibonacci.

Jasha: Ich würde am liebsten aufs Pythagoras, danach aufs Lissajous und dann zum Hilbert.

Kim: Das Pythagoras, das Hilbert und das Parabola College machen auf mich einen netten Eindruck und daher würde ich gerne auf eine dieser drei Schulen gehen.

Lucas: Ich möchte natürlich aufs Fibonacci. Das ist die beste Schule und die Lehrer waren am Tag der offenen Tür sehr nett. Meine Schwester geht schon auf diese Schule und es gefällt ihr dort sehr gut. Und auf dieser Schule kann man Zusatzkurse in Mathematik belegen, was ich echt toll finde. Wenn es mit dem Fibonacci nicht klappt, dann möchte ich zum Parabola.

Monica: Ich würde gerne zum Fibonacci gehen, denn an dieser Schule beteiligen sie sich an Mathematik-Wettbewerben. Ansonsten scheint mir das Hilbert und danach das Lissajous am besten.

Noah: Am liebsten würde ich zum Pythagoras oder sonst zum Hilbert gehen, denn diese Schulen standen in der Zeitung, weil sie mit ihrem Schulorchester im Theater aufgetreten sind. Ansonsten würde ich auch zum Parabola oder als nächstes zum Lissajous gehen. Das Fibonacci ist auch gut, denn da möchten viele meiner Freunde hingehen.

Oscar: Meine Reihenfolge für die Wahl der weiterführenden Schule lautet: Hilbert, Parabola, Pythagoras, Fibonacci und schließlich das Lissajous.

Peter: Meiner Meinung nach ist das Lissajous die beste Schule und meine Mutter sieht das auch so. Mein Vater findet das Parabola College gut, also würde ich da auch hingehen. Oder sonst aufs Pythagoras.

In Amherst ist nun ein Problem entstanden. In den vergangenen Jahren hat die Popularität der einzelnen Schulen auf einmal sehr stark variiert. Eine Schule, die früher immer ungefähr dieselbe Anzahl an Neuanmeldungen erhielt, bekam auf einmal doppelt so viele Anmeldungen, obwohl sie überhaupt keine Plätze für so viele Schüler hat. Bei einer anderen Schule nahm die Zahl der Neuanmeldungen dagegen stark ab, was natürlich auch einige Probleme mit sich bringt.

In Amherst hat man darum entschieden, dass eine Schulplatzvergabe stattfinden muss, bei der die maximale Anzahl von Schülern berücksichtigt wird, die eine Schule unterbringen kann. In dieser Olympiade-Finalaufgabe geht es um die Untersuchung von Vor- und Nachteilen verschiedener bekannter Vergabeverfahren und die anschließende Entwicklung eines eigenen optimalen Vergabesystems.

Aufgabe 1:

Für die Schüler, mit denen wir oben Bekanntschaft gemacht haben, sind noch einige Plätze frei. Das Fibonacci und das Parabola College haben jeweils noch 4 Plätze, die anderen Schule jeweils noch 3 Plätze frei. Verteilt die Schüler so auf die Schulen, dass die Wünsche eines jeden Schülers so gut wie möglich berücksichtigt werden. Erläutert eure Lösung.

Das Vergabeverfahren, welches jetzt angewandt werden soll, nennt sich *Lösen nach Erstwunsch*. Jeder Schüler darf sich bei nur einer Schule anmelden. Wenn eine Schule für alle angemeldeten Schüler genug Plätze frei hat, dann werden die Schüler direkt dort aufgenommen. Wenn eine Schule jedoch zu wenig Plätze für alle angemeldeten Schüler zur Verfügung hat, dann wird unter den Schülern gelost. Diejenigen Schüler, die bei diesem Losverfahren herausfallen, können sich anschließend bei einer der Schulen anmelden, die noch Plätze frei haben. Eventuell ist danach ein weiteres Losverfahren erforderlich.

Das zugehörige Anmeldeformular (s. Abbildung 1) ist kurz und bündig:

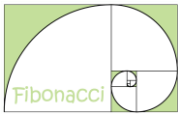




Anmeldung für die weiterführenden Schulen in Amberhavn Schuljahr 2015-2016				
Name:	Telefonnummer:			
Adresse:	E-Mail-Adresse:			
Geburtsdatum:	Name der Grundschule:			
Schule der ersten Wahl*				
 <input type="checkbox"/>	 <input type="checkbox"/>	 <input type="checkbox"/>	 <input type="checkbox"/>	 <input type="checkbox"/>
* Bitte nur eine Schule ankreuzen! Formulare mit mehreren Kreuzchen können nicht berücksichtigt werden.				

Abb. 1: Erste Version des Anmeldeformulars

Nicht allen Schülern fällt es leicht, dieses Anmeldeformular auszufüllen. Elise zum Beispiel weiß nicht, ob sie sich fürs Fibonacci oder fürs Hilbert entscheiden soll. Letztendlich wählt sie das Hilbert. Auch Kim entscheidet sich fürs Hilbert. Carlo und Hugo wählen das Fibonacci.

Aufgabe 2:

Gebt an, wie das Anmeldeformular von der gesamten Schülergruppe ausgefüllt wird. Beschreibt den Verlauf des Vergabeverfahrens und die Verteilung der Schüler auf die Schulen, die sich daraus ergeben kann.

Nach dem Vergabeverfahren sind einige Schüler über das Ergebnis enttäuscht. Monica ist ziemlich sauer. Sie sagt das Folgende: Ich bin beim Losverfahren des Fibonacci ausgeschieden, aber das finde ich nicht so schlimm. Aber jetzt gibt es für mich auch keinen Platz mehr an der Schule meiner zweiten und dritten Wahl. Wenn ich gewusst hätte, dass so viele Schüler zum Fibonacci gehen möchten, dann hätte ich direkt das Hilbert oder das Lissajous angegeben. Dann hätte ich viel größere Chancen gehabt, gezogen zu werden und müsste jetzt nicht auf eine blöde Schule gehen.

Auftrag 3:

Kommentiert Monicas Bemerkungen. Untersucht, wann es bei diesem Vergabeverfahren sinnvoll ist, eine Schule der zweiten Wahl anzugeben anstatt die Schule, auf die man am liebsten gehen möchte.

Da es viele Reaktionen zum Losverfahren gab, wird nach einer besseren Prozedur gesucht. Die Vergabekommission findet es u.a. wichtig, dass nicht "strategisch gewählt" werden muss, sondern dass die Schüler wirklich die Schule ihrer ersten Wahl ankreuzen können. Es ist auch wünschenswert, dass so viele Schüler wie möglich an der Schule ihrer ersten oder zweiten Wahl landen. Daraufhin werden neue Anmeldeformulare entworfen (s. Abbildung 2) und einige neue Vergabeverfahren vorgestellt.

Anmeldung für die weiterführenden Schulen in Amberhavn Schuljahr 2015-2016	
Name:	Telefonnummer:
Adresse:	E-Mail-Adresse:
Geburtsdatum:	Name der Grundschule:
Schule der ersten Wahl:	
Schule der zweiten Wahl:	
Schule der dritten Wahl:	
Schule der vierten Wahl:	
Schule der fünften Wahl:	




Abb. 2: Zweite Version des Anmeldeformulars

Verfahren A: Die Schüler können eine TOP 5 der bevorzugten Schulen angeben. Man kann auch weniger als fünf Schulen angeben. Es wird nicht pro Schule ausgewertet, welche Schüler direkt zugewiesen werden können, sondern es wird pro Schüler gelöst. Aus dem Stapel mit den Anmeldeformularen wird jeweils blind ein Formular herausgezogen und verarbeitet. Wenn auf der Schule der ersten Wahl noch ein Platz frei ist, wird der betreffende Schüler dorthin zugewiesen. Wenn nicht, dann wird geschaut, ob bei der Schule der zweiten Wahl noch ein Platz frei ist und so weiter. Anschließend wird das nächste Formular blind gezogen und wieder geschaut, ob bei der Schule der ersten Wahl noch ein Platz frei ist usw. Dies wird so lange wiederholt, bis der gesamte Stapel abgearbeitet ist. Wenn irgendwann ein Formular auftaucht, auf dem ein Schüler weniger als fünf Wünsche angegeben hat und auf keiner der angegebenen Wunschschulen noch ein Platz frei ist, dann wird der Schüler nach Verarbeitung aller anderen Formulare einer Schule zugewiesen, auf der noch ein Platz frei ist.

Aufgabe 4:

Simuliert dieses Verfahren einige Male, d.h. füllt für alle 16 Schüler das zweite Anmeldeformular aus und führt dann einige Male das Vergabeverfahren A durch. Kann es bei diesem neuen Verfahren immer noch sinnvoll sein, eine Schule der zweiten Wahl als erstes anzugeben?

Verfahren B: Die Schüler geben wieder auf dem oben abgebildeten Formular (Abb. 2) ihre Wünsche an. Anschließend werden alle Präferenzen ausgewertet und dann so eingeteilt, dass die gesamte Anzahl von Schülern, die einer Schule der ersten oder zweiten Wahl zugeteilt werden, maximal ist.

Aufgabe 5:

Voraussetzung sind immer noch die oben beschriebenen 16 Schüler. Beschreibt eine Vorgehensweise, mit deren Hilfe man gemäß Vergabeverfahren B die gesamte Anzahl von Schülern, die einer Schule der ersten oder zweiten Wahl zugeteilt werden, maximieren kann. Wendet diese Vorgehensweise auf die 16 beschriebenen Schüler an und entwickelt eine möglichst passende Aufteilung auf die Schulen.

Ein Vergabeverfahren für 16 Schüler ist natürlich nicht besonders realistisch. Außerdem kann es auch passieren, dass bei einer größeren Anzahl von Schülern unerwartete (unerwünschte) Effekte auftreten, die bei 16 Schülern noch nicht entstehen. Ihr erhaltet daher nach dem Mittagessen einen USB-Stick mit einer größeren Datenmenge, die auf den von euch am Freitagmorgen ausgefüllten Formularen basiert.

Aufgabe 6:

Untersucht, welche Ergebnisse die bis jetzt vorgestellten Vergabeverfahren liefern, wenn sie auf eine größere Datenmenge angewandt werden (wie z.B. den Datensatz, den ihr auf dem USB-Stick erhalten habt). Beschreibt dabei ganz genau, welche Aspekte ihr untersucht habt. Die Ergebnisse können neue Fragen aufwerfen. Ihr entscheidet dabei selbst, wie weit ihr eure Untersuchungen fortsetzt.

Abschlussaufgaben

Beate sagt: "Sowohl beim *Lösen nach Erstwunsch* als auch bei den Verfahren A und B laufe ich Gefahr, auf dem Lissajous zu landen, und das will ich auf gar keinen Fall!" Beate würde daher ein Verfahren bevorzugen, bei dem man neben einem Schulwunsch auch eine "Schulablehnung" angeben könnte. Auch andere Schüler haben das Gefühl, dass sie auf den Formularen ihre speziellen Wünsche und Beweggründe nicht wirklich ausdrücken können und dass diese daher auch bei dem Vergabeverfahren nicht berücksichtigt werden können. Die Vergabekommission (die für den Ablauf des Vergabeverfahrens verantwortlich ist) sucht nach einer Prozedur, die so gut wie möglich auf die Wünsche der Schüler eingeht.

Abschlussaufgabe Freitag:

Entwerft ein allgemeines Vergabeverfahren für die fünf Schulen in Amberhavn, bei dem die Zufriedenheit der Schüler über die Schulplatzvergabe möglichst groß ist. Ihr könnt dabei auch andere Aspekte als in den oben beschriebenen Verfahren berücksichtigen, wie z.B. Länge des Schulwegs, Bewertung der Schule, Geschwister auf der Schule, Motivation, ...

Entwerft auch ein Anmeldeformular, welches zu eurem Verfahren passt und beschreibt euer entwickeltes Vergabeverfahren.

Erläutert eure Entscheidungen und begründet, warum euer Verfahren zu einer größtmöglichen Zufriedenheit unter den Schülern führt. Beschreibt auch, wie ihr euer Verfahren getestet habt oder testen könntet.

Reicht das entwickelte Formular, die Beschreibung und die Erläuterung des Vergabeverfahrens spätestens um 21.30 Uhr auf dem USB-Stick bei der Wettbewerbsleitung ein.

Abschlussaufgabe 1 Samstag:

Notiert Kriterien, die ein gutes Vergabeverfahren erfüllen muss. Entwickelt aus diesen Kriterien ein (objektives) Beurteilungssystem, mit dem man ein gegebenes Vergabeverfahren bewerten kann. Wendet anschließend euer Bewertungssystem auf die Vergabeverfahren an, die ihr am Samstagmorgen von den Organisatoren bekommt.

Abschlussaufgabe 2 Samstag:

Überarbeitet jetzt euer eigenes Vergabeverfahren und vollendet dieses. Benennt dabei alle Veränderungen im Vergleich zu dem am Freitag eingereichten Verfahren und begründet diese.

Posterpräsentation Samstag:

Entwerft ein Poster, auf dem ihr euer Vergabeverfahren vorstellt.

Die Besucher erhalten die Daten eines fiktiven Schülers, der sich auf einer weiterführenden Schule in Amberhavn anmelden möchte. Sie laufen damit von Poster zu Poster und bitten euch um Erläuterung eures Verfahrens und um Ratschläge beim Ausfüllen des Formulars, so dass ihre Chancen auf einen Platz an ihrer Wunschschule möglichst groß werden.