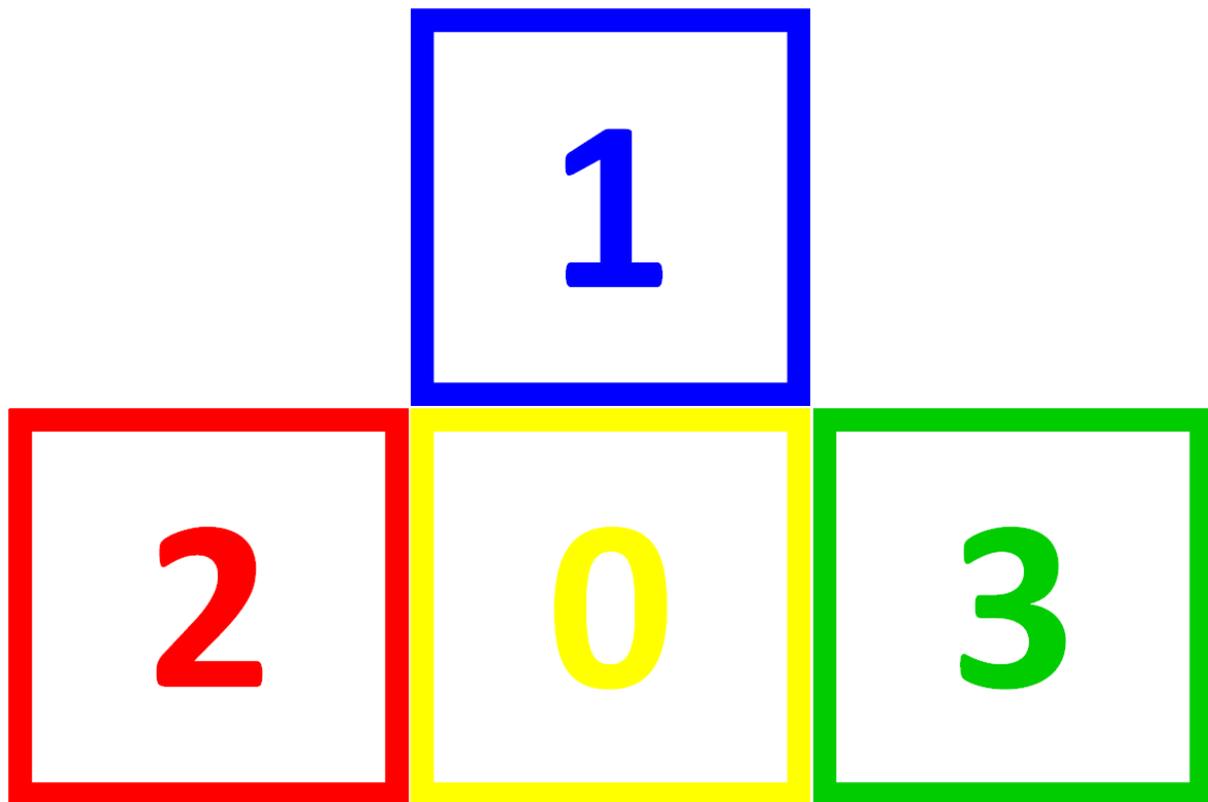


# DIE ALYMPISCHEN SPIELE



Finalaufgabe der 24. Wiskunde A-lympiade

Garderen, 8. und 9. März 2013



## **Impressum**

Die Wiskunde Olympiade ist eine Initiative des Freudenthal-Instituts der Universiteit Utrecht

Die Olympiaden-Kommission ist verantwortlich für die Organisation der Olympiade und die Erstellung der Aufgaben.

Die Kommission:

**Sarah Abdellahi**

House of Mathematics, Isfahan, Iran

**Marcel Daems**

Montaigne Lyceum, Den Haag

**Tom Goris**

Fontys Lerarenopleiding, Tilburg, Freudenthal Instituut, Utrecht

**Dédé de Haan**

Freudenthal Instituut, Utrecht, .....

**Kim Kaspers**

Murmellius Gymnasium, Alkmaar

**Johan van de Leur**

Mathematisch Instituut, Universiteit Utrecht

**Matthias Lippert**

Röntgen Gymnasium, Remscheid-Lennep, Duitsland

**Ruud Stolwijk**

CITO, Arnhem, .....

**Monica Wijers**

Freudenthal Instituut, Utrecht

Sekretariat:

Liesbeth Walther und Mariozee Wintermans  
Freudenthal Instituut, Utrecht

Die Olympiade wird unterstützt durch

Ministerium für Schule und Weiterbildung Nordrhein-Westfalen  
Landesverband Mathematikwettbewerbe Nordrhein-Westfalen  
Ministerie van Onderwijs, Cultuur en Wetenschap  
CASIO, Amstelveen  
Texas Instruments, Utrecht  
Fontys Lerarenopleiding, Tilburg

## ARBEITSANLEITUNG FÜR DIE FINALAUFGABE DER WISKUNDE A-LYMPIADE 2013

### Vorab:

- Lest zunächst die gesamte Aufgabenstellung durch, damit ihr einen Überblick darüber bekommt, was an diesem Wochenende alles zu tun ist.
- Überprüft, ob ihr die Daten auf dem USB-Stick öffnen könnt. Folgende Daten befinden sich auf dem Stick:
  - de opdracht: *Alympiade2012\_2013* (auf Niederländisch, Englisch und Deutsch)
  - die Excel-Dateien: *DecathlonTable* und *DecathlonResults*
- Verteilt Aufgaben, wo es möglich ist.

### Zeitplanung:

- Behaltet die Zeit im Blick, während ihr die unterschiedlichen Teilaufgaben bearbeitet.
- Es muss eine Ausarbeitung abgeliefert und eine Präsentation vorbereitet werden. Plant vorab, wann wer womit beginnt.
- Samstag um 13.00 Uhr, vor dem Mittagessen, müsst ihr den USB-Stick abgeben.

### Untersuchungsaufträge:

In einigen Aufgaben lautet der Auftrag "untersucht, ...". Erläutert bei diesen Aufgaben immer ganz genau, was ihr untersucht habt, untersucht gegebenenfalls vereinfachte Situationen, geht tiefer auf das Problem ein, gebt nicht einfach nur eine Antwort, sondern untersucht auch Alternativen. Die Untersuchung zu einem solchen Auftrag endet also nie: Jedes Ergebnis kann neue Fragen aufwerfen. Ihr bestimmt selbst, wie weit ihr mit eurer Untersuchung geht.

### Einzureichen:

Samstag 13.00 Uhr: digitales Dokument auf einem USB-Stick

**Gebt eure Ausarbeitung als ein digitales Dokument ab, am besten im pdf-Format. Probiert auf unterschiedlichen Computern aus, ob euer pdf-Dokument gelesen werden kann. Die Mitglieder der Jury erhalten digitale Kopien der von euch abgegebenen Datei. Ihr könnt also ggf. Farben verwenden. Für die Lesbarkeit eurer digitalen Ausarbeitung seid ihr selbst verantwortlich.**

### Bewertung

Bei der Bewertung werden unter anderem berücksichtigt:

- die Ausarbeitung und Begründung zu den Aufgaben 1 bis 6 sowie zu den beiden Abschlussaufträgen;
- die Fragen, die ihr in den drei Untersuchungsaufträgen selber stellt;
- die Vollständigkeit der Ausarbeitungen zu den unterschiedlichen Aufträgen;
- der Gebrauch von Mathematik;
- die verwendete Argumentation und die Begründungen zu den getroffenen Entscheidungen;
- der Tiefgang, mit dem die unterschiedlichen Aufgaben beantwortet wurden;
- die Präsentation: Form, Lesbarkeit, grafische Veranschaulichung usw.;
- die Originalität und Kreativität.

# Die Olympischen Spiele

## Einleitung

Die Königsdisziplin der Olympischen Spiele ist der Zehnkampf. Der Sieger gilt als der vielseitigste Athlet: Er schneidet in der Kombinationswertung der zehn unterschiedlichen Einzeldisziplinen am besten ab. Die zehn Disziplinen setzen sich aus Lauf-, Wurf- und Sprungdisziplinen zusammen.

Aber ... Wie kombiniert man nun verschiedene Zeiten und Abstände zu einem einem Resultat, mit dem die Gesamtleistung der Athleten untereinander verglichen wird? Und wie gut waren vor hundert Jahren die Athleten im Vergleich mit den heutigen Siegern? Damit werdet ihr euch in dieser Aufgabe der Olympiade beschäftigen.

Im ersten Schritt werdet ihr den Aufbau der Punktwertung des Zehnkampf von früher und von heute untersuchen. Darauf aufbauend werdet ihr euch auf die Suche nach einem Weg begeben, die Leistungen von früher und heute miteinander zu vergleichen.

Abschließend werdet ihr selbst ein System zur Punktwertung des Olympiadischen Vierkampf entwerfen.



## Der Zehnkampf

*Traditionally, the title of "World's Greatest Athlete" has been given to the man who wins the Olympic decathlon. This began when King Gustav V of Sweden told Jim Thorpe, "You, sir, are the world's greatest athlete" after Thorpe won the decathlon at the Stockholm Olympics in 1912. The current decathlon world record holder is American Ashton Eaton, who scored 9,039 points at the 2012 United States Olympic Trials.*

Der Zehnkampf oder "Dekathlon" ist ein Sportwettkampf, in dem Athleten innerhalb von zwei Tagen in zehn Disziplinen gegeneinander antreten. Seit den Olympischen Sommerspielen 1912 ist der Zehnkampf Olympische Disziplin. Die zehn Einzeldisziplinen sind:

- 100 m Lauf (100 metres dash)
- Weitsprung (long jump)
- Kugelstoßen (shot put)
- Hochsprung (high jump)
- 400 m Lauf (400 metres dash)
- 110 m Hürdenlauf (110 metres hurdles)
- Diskuswerfen (discus throw)
- Stabhochsprung (pole vault)
- Speerwerfen (javelin throw)
- 1500 m Lauf (1500 metres run)

In jeder Einzeldisziplin können die Athleten nach einem von der IAAF (International Association of Athletics Federations) festgelegten System Punkte erlangen. Je höher die Leistung, desto mehr Punkte werden dafür vergeben. Wer in zehn Einzeldisziplinen insgesamt die meisten Punkte erreicht hat, gewinnt den Wettkampf. Bis heute hält der Amerikaner Ashton Eaton mit 9039 Punkten den Weltrekord.

Eine Laufzeit aus dem 100 m-Lauf mit einer Höhe im Hochsprung zu vergleichen, bedeutet Äpfel mit Birnen zu vergleichen. In der Zehnkampfwertung versucht man aber, Leistungen, die in Längen und Zeiten gemessen werden, so gut wie möglich in Punkten auszudrücken. Die ersten Bewertungssysteme basierten auf Rankings: In jeder Einzeldisziplin wurde die Rangfolge als Punktwertung zugeordnet. Diese Punkte wurden für alle Disziplinen addiert und so wurde der Sportler mit der niedrigsten Punktzahl Sieger. Es zählt also ausschließlich die Rangordnung in der Wertung und nicht, mit welchem Abstand gewonnen wurde. Ob der Sieg in einer Einzeldisziplin mit einer Hundertstel Sekunde oder einem meilenweiten Vorsprung errungen wurde, spielt keine Rolle: Für den ersten Platz in der entsprechenden Einzeldisziplin erhält man einen Punkt.

Schon bald war man sich einig, dass ein genaueres System zur Punktwertung notwendig war, in dem die Unterschiede in den Leistungen der Athleten angemessen berücksichtigt werden.

Das erste offizielle Bewertungssystem von 1912 findet ihr in der Excel-Tabelle *DecathlonTable*.

### Aufgabe 1

Der bereits erwähnte Jim Thorpe wird von vielen als der größte Athlet aller Zeiten gesehen. Er erbrachte bei den Olympischen Spielen von 1912 beeindruckende Leistungen.

Hundertmeterlauf	11,2 s
Weitsprung	6,79 m
Kugelstoßen	12,89 m
Hochsprung	1,87 m
Vierhundertmeterlauf	52,2 s
110 m Hürdenlauf	15,6 s
Diskuswurf	36,98 m
Stabhochsprung	3,25 m
Speerwurf	45,7 m
1500 m Lauf	4:40,1 min:s

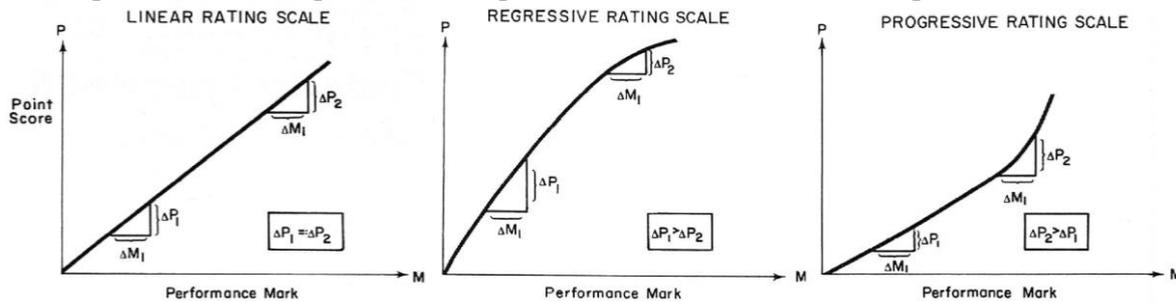
Berechnet die Gesamtpunktzahl von Jim Thorpe im Zehnkampf der Olympischen Spiele von 1912. Verwendet dazu die Datei *DecathlonTable*.

### Aufgabe 2

Untersucht, nach welcher Vorschrift 1912 im Zehnkampf die Punktwertung in den unterschiedlichen Einzeldisziplinen vorgenommen wurde. Dokumentiert eure Vorgehensweise und eure Beobachtungen (zum Beispiel Übereinstimmungen, Unterschiede und auffällige Dinge) auf maximal einer DIN A4-Seite (in der Arbeitsanleitung findet ihr Erläuterungen zu den "Untersuchungsfragen").

In späteren Punktwertungen werden neben linearen Funktionen auch andere Zusammenhänge verwendet. Diese können progressiv oder auch regressiv verlaufen. Bei einem progressiven Verlauf bewirkt eine bessere Leistung in einer Einzeldisziplin, dem Leistungsunterschied angemessen, zusätzliche Punkte. Beispiel: Beim Hochsprung wird die Leistungsverbesserung von 1,84 m zu 1,85 m mit mehr zusätzlichen Punkten honoriert, als eine Verbesserung von 1,74 m zu 1,75 m. Bei einem regressiven Verlauf bewirkt eine

bessere Leistung eine dem Leistungsunterschied angemessene Reduzierung der Punkte. In der folgenden Abbildung sind drei Möglichkeiten der Punktezuordnung zu erkennen:



1934 wurde eine neue Punktwertung eingeführt, die zum ersten Mal bei den Olympischen Spielen in Berlin 1936 zur Anwendung kam. Auch dieses Bewertungssystem ist in der Excel-Tabelle *DecathlonTable* dargestellt.

### Aufgabe 3

Berechnet die Gesamtpunktzahl, die Jim Thorpe bei seiner Teilnahme an der Olympiade 1936 erreicht hätte, wenn er dieselben Leistungen erbracht hätte, wie bei seiner Teilnahme 1912.

### Aufgabe 4

Untersucht, auf welche Weise den unterschiedlichen Einzeldisziplinen im Zehnkampf 1934 Punktwertungen zugeordnet werden. Arbeitet die Unterschiede zum Vorgehen von 1912 heraus. Achtet jedesmal genau darauf, ob es sich um eine lineare, progressive oder regressive Zuordnung handelt. Erläutert, was dies für Sportler bedeutet, die in bestimmten Einzeldisziplinen herausragen im Vergleich zu solchen Sportlern, die in den unterschiedlichen Disziplinen gleichmäßigere Leistungen zeigen.

Sieger im Olympischen Zehnkampf war der Amerikaner Glenn Morris mit folgenden Ergebnissen:

Hundertmeterlauf	11,1 s
Weitsprung	6,97 m
Kugelstoßen	14,10 m
Hochsprung	1,85 m
Vierhundertmeterlauf	49,4 s
110 m Hürdenlauf	14,9 s
Diskuswurf	43,02 m
Stabhochsprung	3,50 m
Speerwurf	54,52 m
1500 m Lauf	4:33,2 min:s

### Aufgabe 5

Untersucht auf der Grundlage der Punktwertung von 1934, in welchen Einzeldisziplinen des Zehnkampfs Glenn Morris bei einer Leistungssteigerung die meisten Punkte hinzugewinnen kann.

Die IAAF möchte eine Punktwertung einführen, die folgenden Anforderungen genügt:

- Alle Einzeldisziplinen tragen etwa gleich viel zum Gesamtergebnis bei.
- Ein gutes Einzelergebnis in einer Disziplin ist noch nicht entscheidend für das Endergebnis.

Um diesen Bedingungen genüge zu tun, wurde 1984 ein neues Bewertungssystem eingeführt. Im heutigen System werden die Punkte folgendermaßen zugeordnet:

- Laufdisziplinen:  $score = a(b - T)^c$  wobei  $T$  die Laufzeit in Sekunden angibt
- Sprungdisziplinen:  $score = a(M - b)^c$  wobei  $M$  die Sprungweite in Zentimetern angibt
- Wurfdisziplinen:  $score = a(D - b)^c$  wobei  $D$  die Wurfweite in Metern angibt.

$a$ ,  $b$  und  $c$  sind Variablen, die in den verschiedenen Einzeldisziplinen unterschiedlich gewählt werden, wie man der folgenden Tabelle entnehmen kann:

<b>Einzeldisziplin</b>	<b>a</b>	<b>b</b>	<b>c</b>
Hundertmeterlauf	25,4347	18	1,81
Weitsprung	0,14354	220	1,4
Kugelstoßen	51,39	1,5	1,05
Hochsprung	0,8465	75	1,42
Vierhundertmeterlauf	1,53775	82	1,81
110 m Hürdenlauf	5,74352	28,5	1,92
Diskuswurf	12,91	4	1,1
Stabhochsprung	0,2797	100	1,35
Speerwurf	10,14	7	1,08
1500 m Lauf	0,03768	480	1,85

Das Berechnungsergebnis wird auf eine ganze Zahl nach unten abgerundet.

Der heutige Weltchampion und Weltmeister im Zehnkampf ist der Amerikaner Ashton Eaton. Hier sind die Ergebnisse aufgelistet, mit denen er bei den Olympischen Spielen in London 2012 seinen Weltrekord in Punkten erzielte:

Hundertmeterlauf	10,21 s
Weitsprung	8,23 m
Kugelstoßen	14,2 m
Hochsprung	2,05 m
Vierhundertmeterlauf	46,7 s
110 m Hürdenlauf	12,7 s
Diskuswurf	42,81 m
Stabhochsprung	5,3 m
Speerwurf	58,87 m
1500 m Lauf	04:14,5 min:s

### Aufgabe 6

- Berechnet den Punkte-Weltrekord von Ashton Eaton.
- Wie viele Punkte liefern die Leistungen von Jim Thorpe aus dem Jahre 1934 im heutigen Bewertungssystem?

Offensichtlich schneidet Ashton Eaton in allen Einzeldisziplinen besser ab als Jim Thorpe. Die Sportler lebten allerdings auch zu unterschiedlichen Zeiten. Das letzte Jahrhundert brachte viele Veränderungen in Materialien, Lebensumständen, Trainingsmethoden und vielem mehr. Wir möchten aber dennoch wissen, wer der größte Athlet aller Zeiten ist. Oder allgemeiner formuliert: Wie können wir die Leistungen eines heutigen Spitzensportlers mit den Leistungen eines Sportlers aus der Vergangenheit vergleichen?

Eine Möglichkeit besteht darin, ein Maß zu verwenden, das die Leistungen in bestimmten Jahren objektiv beschreibt. Ein solches Maß wird durch die Weltrekorde geliefert, die in allen Einzeldisziplinen des Zehnkampfs für jedes Jahr bekannt sind. Ihr findet diese Weltrekorde in der Excel-Tabelle *Worldrecords*.

### Abschlussaufgabe 1

Entwickelt ein Bewertungssystem, mit dem die Leistungen von Zehnkämpfern aus unterschiedlichen Zeiten auf möglichst gute Weise miteinander verglichen werden können, indem sie zu den jeweiligen Weltrekorden in Relation gebracht werden. Verwendet eure System, um ein Ranking der folgenden Zehnkampfergebnisse zu erstellen: Wer ist nach eurer Methode der beste Zehnkämpfer aller Zeiten? Diese Zehnkampfergebnisse findet ihr auch in der Excel-Datei *DecathlonResults*.

Name	Jahr	100 m	Weitspr	Kugel	Hochspr	400 m	110 m Hürde	Diskus	Stabhoch	Speer	1500 m
Jim Thorpe	1912	11,2	6,79	12,89	1,87	52,2	15,6	36,98	3,25	45,7	4:40,1
Helge Løvland	1920	12,0	8,28	11,19	1,65	54,8	16,2	37,34	3,20	48,01	4:48,4
Paavo Yrjölä	1928	11,8	6,72	14,11	1,87	53,2	16,6	42,09	3,30	55,7	4:44,0
Glenn Morris	1936	11,1	6,97	14,10	1,85	49,4	14,9	43,02	3,50	54,52	4:33,2
Bob Mathias	1950	10,9	7,09	14,48	1,85	51,0	14,7	44,62	3,98	55,59	5:05,1
Rafer Johnson	1960	10,9	7,35	15,82	1,85	48,3	15,3	48,49	4,10	69,76	4:49,1
Russel Hodge	1966	10,5	1,51	17,25	1,85	48,9	15,2	50,44	4,10	64,49	4:40,4
Bruce Jenner	1976	10,94	7,22	15,35	2,03	47,51	14,84	50,04	4,80	68,52	4:12,61
Siegfried Stark	1980	11,10	7,64	15,81	2,03	49,53	14,86	47,2	5,00	68,70	4:27,70
Daley Thompson	1984	10,44	8,01	15,72	2,03	46,97	14,33	46,56	5,00	65,24	4:35,00
Dan O'Brien	1992	10,43	8,08	16,69	2,07	48,51	13,98	48,56	5,00	62,58	4:42,10
Tomáš Dvořák	1999	10,54	7,90	16,78	2,04	48,08	13,73	48,33	4,90	72,32	4:37,20
Roman Šebrle	2001	10,64	8,11	15,33	2,12	47,79	13,92	47,92	4,80	70,16	4:21,98
Bryan Clay	2008	10,39	7,39	15,17	2,08	48,41	13,75	52,74	5,00	70,55	4:50,97
Eelco Sinthnicolaas	2012	10,77	7,27	14,20	2,00	48,02	14,10	42,81	5,36	63,59	4:26,98
Ashton Eaton	2012	10,21	8,23	14,20	2,05	46,70	13,70	42,81	5,30	58,87	4:14,48

In der Ausarbeitung für diese Aufgabe geht ihr ein auf:

- den Entwurf einer "zeitlosen" Punktebewertung
- die Begründungen für eure Entscheidungen bei eurem Entwurf der Punktebewertung
- Rechenbeispiele, welche die Zeitlosigkeit eurer Punktebewertung belegen

### Abschlussaufgabe 2

Während des Finalwochenendes hat euer Team an allen vier Einzeldisziplinen des Olympischen Vierkampfes teilgenommen. Die Ergebnisse aller Teams findet ihr in der Excel-Datei *AlympiadTetrathlon*. Diese Datei erhaltet ihr am Samstagmorgen. Entwerft ein Bewertungssystem für den Olympischen Vierkampf (Tetrathlon).

### Präsentation

Das Finalwochenende endet mit einer Präsentation am Samstag Nachmittag. Hierzu erhaltet ihr nähere Informationen am Freitag Nachmittag.